



# آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓

با اسکن QR کد روبرو  
وارد صفحه اینستاگرام  
آکادمی تیزلاین شو و از  
محتوای آموزشی  
رایگان لذت ببر



برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید

۱	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>الف) ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی ندارد.</p> <p>ب) هر ماتریسی که تمام درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشد ماتریس قطری است.</p> <p>ج) اگر صفحه <math>P</math> با مولد <math>d</math> موازی باشد و از رأس مخروط عبور نکند در این صورت فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک هذلولی است.</p> <p>د) رابطه ضمنی <math>x^2 + y^2 + ax + by + c = 0</math> معادله یک دایره است اگر و تنها اگر <math>a^2 + b^2 &gt; 4c</math>.</p>	۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی شامل تعدادی سطر و ستون را یک ..... می‌نامند.</p> <p>ب) دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با .....</p> <p>ج) دایره <math>C(O, r)</math> مکان هندسی نقاطی از صفحه است که .....</p> <p>د) اگر یک خط، دایره‌ای را فقط در یک نقطه قطع کند در آن نقطه ..... است.</p>	۲
۱,۵	<p>ماتریس <math>A = [a_{ij}]_{n \times n}</math> با ضابطه <math>a_{ij} = \begin{cases} i + j - 1 &amp; i + j = 4k \\ i + j - 1 &amp; i + j \neq 4k \end{cases}</math> را مشخص کنید.</p>	۳
۱,۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; -1 \\ 1 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; 2x \\ y &amp; 1 \end{bmatrix}</math> و <math>AB</math> ماتریس قطری باشد، <math>x</math> و <math>y</math> را بیابید.</p>	۴



۱.۵	<p>به ازای کدام مقدار <math>m</math> معادله ماتریسی <math>\begin{bmatrix} m &amp; 2 \\ 3 &amp; m+5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+2 \\ 2 \end{bmatrix}</math> جواب ندارد؟</p>	۵
۲	<p>دستگاه معادلات زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید.</p> $\begin{cases} 4x + y = 11 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$	۶
۱.۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix}  A  &amp; 2 \\ 1 &amp;  A  \end{bmatrix}</math> آنگاه دترمینان ماتریس <math>A</math> چقدر است؟</p>	۷
۱	<p>حاصل دترمینان ماتریس زیر را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کنید.</p> $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	۸
۲	<p>دو نقطه‌ی <math>A</math> و <math>B</math> و خط <math>L</math> در صفحه مفروض‌اند. نقاطی را بیابید که از <math>A</math> و <math>B</math> به یک فاصله بوده و از <math>L</math> به فاصله‌ی ۲ باشند.</p>	۹



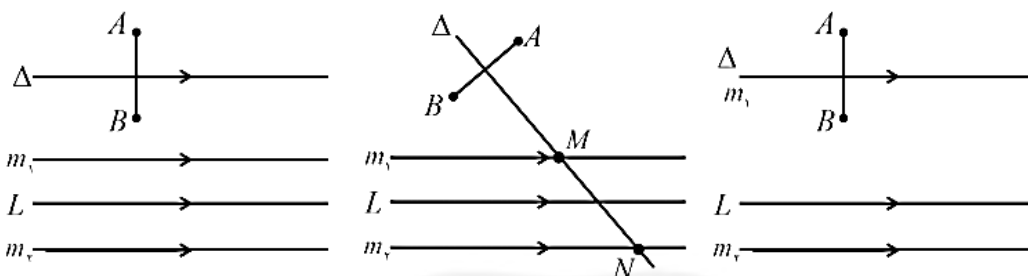


۱۰	در نقطه‌ی $A(2,3)$ روی دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماس بر آن رسم کرده‌ایم. معادله این خط مماس را به دست آورید.	۱.۵
۱۱	وضعیت خط $x + y = 1$ و دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱.۵
۱۲	حدود $m$ را چنان بیابید که نقطه‌ی $A(m, m-1)$ داخل دایره‌ی $x^2 + y^2 = 5$ باشد.	۱.۵
۱۳	معادله‌ی دایره‌ای را بیابید که نقاط $A(-1,4)$ و $B(3,-4)$ دو سر یک قطر آن باشند.	۱
۱۴	شعاع دایره‌ی $ax^2 + y^2 + 2x + 4y - k = 0$ برابر ۲ باشد. مقدار $k$ را بیابید.	۱.۵





۱	الف) درست (ب) نادرست (ج) نادرست (د) درست (هرمورد ۰/۲۵ نمره)
۲	الف) ماتریس (ب) حاصلضرب درایه‌های روی قطر اصلی (ج) که از نقطه‌ی $O$ به یک فاصله‌اند (د) مماس (هرمورد ۰/۲۵ نمره)
۳	$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 10 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$ (۱/۵)
۴	$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2x \\ y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-y & 4x-1 \\ 1+y & 2x+1 \end{bmatrix}$ (۰/۵) $\Rightarrow \begin{cases} 4x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{4} & (۰/۵) \\ 1+y=0 \Rightarrow y=-1 & (۰/۵) \end{cases}$
۵	$\begin{cases} mx+2y=m+2 & (۰/۲۵) \\ 3x+(m+5)y=2 & (۰/۲۵) \end{cases}$ $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \neq \frac{m+2}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m(m+5)=6 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m=1 \quad (۰/۲۵)$
۶	$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 9 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $AX=B \Rightarrow X=A^{-1}B$ $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = -12-2 = -14$ (۰/۲۵) $A^{-1} = \frac{1}{ A } A^* = \frac{1}{-14} \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{14} & \frac{1}{14} \\ \frac{2}{14} & -\frac{4}{14} \end{bmatrix}$ (۰/۵) $\begin{bmatrix} \frac{3}{14} & \frac{1}{14} \\ \frac{2}{14} & -\frac{4}{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ (۰/۵) $\Rightarrow \begin{cases} \frac{33}{14} + \frac{9}{14} = \frac{42}{14} = 3 \Rightarrow x=3 & (۰/۲۵) \\ \frac{22}{14} - \frac{36}{14} = \frac{-14}{14} = -1 \Rightarrow y=-1 & (۰/۲۵) \end{cases}$
۷	$A = \begin{bmatrix}  A  & 2 \\ 1 &  A  \end{bmatrix} \Rightarrow  A  =  A ^2 - 2$ (۰/۵) $ A ^2 -  A  - 2 = 0 \Rightarrow ( A +1)( A -2) = 0 \Rightarrow \begin{cases}  A  = -1 & (۰/۵) \\  A  = 2 & (۰/۵) \end{cases}$
۸	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۵) $-1-1 = (-6+6+0) - (-9+4+0) = 0+5=5$ (۰/۵)

<p>مکان هندسی نقاطی که از <math>A</math> و <math>B</math> به یک فاصله باشند خط <math>\Delta</math> عمود منصف <math>AB</math> است (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از <math>L</math> به فاصله‌ی ۲ باشند دو خط <math>m_1</math> و <math>m_2</math> به موازات است (۰/۲۵) پس جواب مسأله محل برخورد <math>\Delta</math> با <math>m_1</math> و <math>m_2</math> است که وضعیت‌های زیر را داریم</p>  <p>فاقد جواب (۰/۵)</p>	<p>دو جواب <math>M</math> و <math>N</math> (۰/۵)</p>	<p>بی‌شمار جواب (۰/۵)</p>	<p>۹</p>	
<p>با توجه به اینکه شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است با تعیین مختصات مرکز دایره، شیب <math>OA</math> را تعیین می‌کنیم و از آنجا شیب مماس را به دست آورده و معادله آن را تعیین می‌کنیم.</p> <p><math>x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 5</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow O = (1,1)</math> (۰/۵)</p> <p><math>m_{OA} = \frac{1-1}{1-1} = 2</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow m_d = -\frac{1}{2}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>y-3 = -\frac{1}{2}(x-2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 4</math> (۰/۲۵)</p>				<p>۱۰</p>
<p><math>x + y - 1 = 0</math></p> <p><math>x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 - 2 - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>O = (1,1)</math> (۰/۲۵) <math>r = 2</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>OH = \frac{ 1(1) + 1(1) - 1 }{\sqrt{1^2 + 1^2}}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>OH &lt; r</math> لذا خط، دایره را در دو نقطه قطع می‌کند (۰/۲۵)</p>				<p>۱۱</p>
<p><math>x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow O = (0,0)</math> (۰/۲۵) , <math>r = \sqrt{5}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math> OA  &lt; r</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow \sqrt{m^2 + (m-1)^2} &lt; \sqrt{5} \Rightarrow m^2 + m^2 - 2m + 1 &lt; 5</math></p> <p><math>\Rightarrow 2m^2 - 2m - 4 &lt; 0</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow m^2 - m - 2 &lt; 0</math></p> <p><math>\Rightarrow (m+1)(m-2) &lt; 0</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow -1 &lt; m &lt; 2</math> (۰/۲۵)</p>				<p>۱۲</p>



$OA = \frac{A+B}{2} \quad (./25)$ $= \left( \frac{-1+3}{2}, \frac{4-4}{2} \right) = (1, 0) \quad (./25)$ $r = OA = \sqrt{(1+1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{20} \quad (./25)$ $(x-1)^2 + y^2 = 20 \quad (./25)$	۱۳
$ax^2 + y^2 + 2x + 4y - k = 0 \Rightarrow a = 1 \quad (./25)$ $x^2 + y^2 + 2x + 4y - k = 0 \quad (./25)$ $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} \quad (./25) \Rightarrow r = \frac{\sqrt{4 + 16 + 4k}}{2} \quad (./25)$ $\Rightarrow 4 = \sqrt{20 + 4k} \Rightarrow 4 = 2\sqrt{5 + k} \Rightarrow \sqrt{5 + k} = 2 \quad (./25)$ $\Rightarrow 5 + k = 4 \Rightarrow k = -1 \quad (./25)$	۱۴

