



آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓

با اسکن QR کد روبرو
وارد صفحه اینستاگرام
آکادمی تیزلاین شو و از
محتوای آموزشی
رایگان لذت ببر



برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید

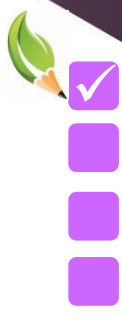
۱/۵	۱	درستی و نادرستی عبارت زیر را با دلیل مشخص کنید. الف) ماتریس $\begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۳ & ۳ \end{bmatrix}$ معکوس پذیر است؟ ب) اگر \mathcal{A} یک ماتریس ۲×۲ و $ A = ۳$ باشد، آنگاه $ ۲A = ۶$
۱	۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مکان هندسی نقاطی که از خط L به فاصله ۲۳ سانتی متر باشند برابر ب) شعاع دایره $۰ = ۴ - ۴y - ۲x + y^2 + x^2$ برابر است
۱/۵	۳	اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۲ & ۵ \end{bmatrix}$ و $AX = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۵ \end{bmatrix}$ ، آنگاه جمع درایه های ماتریس X کدام است؟
۱	۴	اگر $A = [i - j]_{۳ \times ۳}$ و $B = [b_{ij}]_{۳ \times ۳}$ و $b_{ij} = \begin{cases} j - i, & i < j \\ i + j, & i \geq j \end{cases}$ حاصل $A+B$ را بیابید.
۱/۵	۵	اگر $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}^۵$ مقادیر a و b و c و d را بیابید.
۱/۵	۶	اگر $ A_{۳ \times ۳} = -۲$ حاصل $ (-۵A^۲)^{-۱} $ را بیابید.
۲	۷	اگر \mathcal{A} ماتریس ۲×۲ باشد. \mathcal{A} را در معادله ماتریسی زیر بیابید. $\begin{bmatrix} ۴ & ۳ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$
۱/۵	۸	به ازای چه مقادیری از \mathcal{K} دستگاه زیر جواب ندارد؟ $\begin{cases} (k-1)x + ۳y = k+۳ \\ x + (k+1)y = ۲k \end{cases}$
صفحه ۱ از ۲		

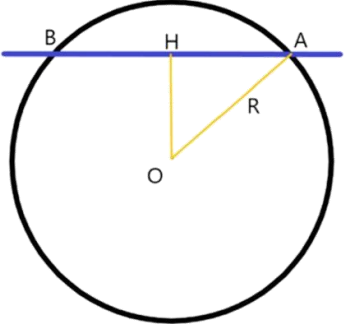


۱/۵	نقاط A و B و C در صفحه مفروضند چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۵ سانتی متر باشند.	۹
۲	اگر خط $y = 2x - 1$ شامل قطری از دایره باشد و دایره از نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 0)$ بگذرد، شعاع و مرکز دایره را بیابید.	۱۰
۱/۵	وضعیت دو دایره زیر را تعیین کنید: $x^2 + y^2 - 2x = 4$ و $x^2 + (y - 1)^2 = 1$	۱۱
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد و به روی خط $3x - 4y = -2$ وترتی به طول ۸ جدا کند.	۱۲
۲	معادله خطوط مماسی که از $A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 15$ رسم می شوند را بنویسید.	۱۳



۱	الف) درست ب) نادرست
۲	الف) دو خط موازی L و به فاصله ۲۳ سانتی متر از آن ب) ۳
۳	$X = A^{-1}B = \frac{1}{\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ \delta & -\epsilon \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \delta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -4 & -5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
۴	$A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 2 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$
۵	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{\delta} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 16 \\ 16 & 16 \end{bmatrix} \rightarrow a = b = c = d = 16$
۶	$ A_{3 \times 3} = -2 \rightarrow (-5A^T)^{-1} = \left \frac{-1}{5} (A^T)^{-1} \right = \left(\frac{-1}{5} \right)^3 A^T ^{-1} = \frac{-1}{125} \times \{(-2)^2\}^{-1} = \frac{-1}{125} \times \frac{1}{4} = \frac{-1}{500}$
۷	$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \times \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 24 & -42 \\ -28 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -21 \\ -14 & 30 \end{bmatrix}$
۸	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \rightarrow \frac{K-1}{1} = \frac{3}{K+1} \neq \frac{K+3}{2K} \rightarrow K^2 - 1 = 4 \rightarrow \begin{cases} K = 2 \rightarrow \frac{1}{1} = \frac{3}{3} \neq \frac{5}{4} \quad \checkmark \\ K = -2 \rightarrow \frac{1}{-1} = \frac{3}{-1} \neq \frac{1}{-4} \quad \checkmark \end{cases}$
۹	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله هستند عمود منصف AB و مکان هندسی نقاطی که از نقطه‌ی C به فاصله‌ی ۵ هستند دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۵ است. این عمود منصف و دایره حداکثر در ۲ نقطه متقاطعند. پس مسئله حداکثر دو جواب دارد.
۱۰	$O \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix} \epsilon y = 2x - 1 \rightarrow \beta = 2\alpha - 1 \rightarrow O \begin{vmatrix} \alpha \\ 2\alpha - 1 \end{vmatrix}$ $OA = OB \rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (2\alpha - 3)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2}$ $\rightarrow \alpha^2 - 2\alpha + 1 + 4\alpha^2 - 12\alpha + 9 = \alpha^2 - 6\alpha + 9 + 4\alpha^2 - 4\alpha + 1$ $\rightarrow \alpha = 0 \rightarrow O \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix}, R = OA = \sqrt{10}$
۱۱	$x^2 + (y - 1)^2 = 1, x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0 \rightarrow O \begin{vmatrix} \alpha = -\frac{a}{2} = +1 \\ \beta = -\frac{b}{2} = 0 \end{vmatrix}, R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 0 + 16} = \sqrt{5}$ $\rightarrow d = OO' = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, R + R' = 1 + \sqrt{5}, R - R' = 1 - \sqrt{5} \rightarrow R - R' < d < R + R'$ متقاطع



	$L: 3x - 4y + 2 = 0 \quad OH = \frac{ 3(4) - 4(1) + 2 }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$ $R^2 = OH^2 + AH^2 = 20$ $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \rightarrow (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 20$	<p>۱۲</p>
$O \left \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \right. \rightarrow m_{OA} = \frac{2 - (-2)}{3 - 1} = 2 \rightarrow m_d = -\frac{1}{2} \rightarrow y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 3)$		<p>۱۳</p>

