



# آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓

با اسکن QR کد روبرو  
وارد صفحه اینستاگرام  
آکادمی تیزلاین شو و از  
محتوای آموزشی  
رایگان لذت ببر



برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید

۲	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) در حالت کلی ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی ..... است.</p> <p>ب) دترمینان ماتریس مربعی صفر، ..... است.</p> <p>پ) دایره <math>C(O, 2)</math> مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از ..... است.</p> <p>ت) اگر یک خط دایره‌ای را فقط در یک نقطه قطع کند در آن نقطه ..... است.</p>	۲
۲	<p>ماتریس‌های <math>A = [a_{ij}]_{n \times n}</math> و <math>B = [b_{ij}]_{n \times n}</math> به صورت زیر تعریف شده‌اند ماتریس <math>AB</math> را بیابید.</p> $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ 2i - j & i > j \\ j - 1 & i < j \end{cases}$ $b_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i + 2j & i > j \\ i - j + 1 & i < j \end{cases}$	۲
۱.۵	<p>به ازای کدام مقدار <math>m</math> معادله ماتریسی <math>\begin{bmatrix} m &amp; 2 \\ 3 &amp; m+5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+2 \\ 2 \end{bmatrix}</math> جواب ندارد؟</p>	۳



۱.۵	$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$	۴	دستگاه معادلات زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید.
۱.۵	$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ اگر $ 2A^t B^{-1} $ کدام است؟	۵	
۱.۵	$B = \begin{bmatrix} 1 & 2x \\ y & 1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ اگر $AB$ ماتریس قطری باشد. مقدار $x$ و $y$ را بیابید.	۶	
۱	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$	۷	حاصل دترمینان ماتریس زیر را با استفاده از روش ساروس محاسبه کنید.



۲	<p>۸ مکان هندسی هر یک از مجموعه نقاط زیر را مشخص کنید:</p> <p>الف) مرکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت <math>r</math> که بر خط <math>d</math> در صفحه مماس‌اند.</p> <p>ب) نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع <math>d</math> و <math>d'</math> به یک فاصله‌اند</p>	۸
۱،۵	<p>۹ دایره‌ی <math>ax^2 + 2y^2 - bx + cy + d = 0</math> به مرکز <math>O(2, -1)</math> و شعاع <math>R = 3</math> می‌باشد. مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> و <math>d</math> را مشخص کنید.</p>	۹
۱،۵	<p>۱۰ وضعیت خط <math>3x + 4y = 2</math> و دایره‌ی <math>x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0</math> را نسبت به هم مشخص کنید.</p>	۱۰
۲	<p>۱۱ وضعیت هر یک از نقاط <math>(0, -1)</math>، <math>(1, 1)</math>، <math>(2, 3)</math> و <math>(-1, 2)</math> را نسبت به دایره <math>x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0</math> تعیین کنید.</p>	۱۱



۱	معادله‌ی دایره‌ای بنویسید که مرکزش $O(1, -3)$ بوده و بر خط $2x - y = 1$ مماس باشد.	۱۲
۱	حدود $m$ را چنان بیابید که نقطه‌ی $A(m, m-1)$ داخل دایره‌ی $x^2 + y^2 = 5$ باشد.	۱۳



<p>۱- الف) ندارد ب) صفر پ) یک نقطه‌ی ثابت به یک فاصله است ت) بر دایره مماس است (هرمورد ۰/۵ نمره)</p>
<p style="text-align: right;">-۲</p> $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 12 & 9 & -3 \\ 16 & 12 & -5 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$ <p style="text-align: center;">(۰/۷۵)                      (۰/۷۵)                      (۰/۵)</p>
<p style="text-align: right;">-۳</p> $\begin{cases} mx + 2y = m + 2 & (۰.۲۵) \\ 3x + (m + 5)y = 2 & (۰.۲۵) \end{cases} \quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \quad (۰.۲۵)$ $\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \neq \frac{m+2}{2} \quad (۰.۲۵)$ $m(m+5) = 6 \quad (۰.۲۵) \Rightarrow m = 1 \quad (۰.۲۵)$
<p style="text-align: right;">-۴</p> $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \quad  A  = -2 - 9 = -11 \quad (۰.۲۵)$ $A^{-1} = \frac{1}{ A } A^* \quad (۰.۲۵) \Rightarrow \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} & \frac{3}{11} \\ \frac{3}{11} & \frac{-2}{11} \end{bmatrix} \quad (۰.۲۵)$ $X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} & \frac{3}{11} \\ \frac{3}{11} & \frac{-2}{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (۰.۲۵)$ $= \begin{bmatrix} \frac{22}{11} = 2 \\ \frac{-11}{11} = -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 2 \quad (۰.۲۵), \quad y = -1 \quad (۰.۲۵)$

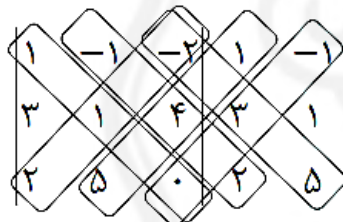


۵-  $|A| = -2$  (۰.۲۵)  
 $|B| = -1$  (۰.۲۵)  
 $|2A^T B^{11}| = 2^T |A|^T |B|^{11}$  (۰.۲۵)  
 $= 2^T \times (-2)^T \times (-1)^{11}$  (۰.۲۵)  
 $= 8 \times (-8) \times (-1)$  (۰.۲۵)  
 $= 64$  (۰.۲۵)

---

۶-  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2x \\ y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-y & 4x-1 \\ 1+y & 2x+1 \end{bmatrix}$  (۰.۵)  
 $4x - 1 = 0$  (۰.۲۵)  $\Rightarrow 4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$  (۰.۲۵)  
 $1 + y = 0$  (۰.۲۵)  $\Rightarrow y = -1$  (۰.۲۵)

---

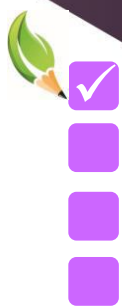
۷-   $= (0 \cdot -8 - 3 \cdot 0) - (0 + 2 \cdot 0 - 4) = -38 - 16 = -54$   
(۰.۲۵) (۰.۲۵) (۰.۲۵) (۰.۲۵)

---

۸- الف) دو خط موازی یا خط  $d$  است که فاصله هر یک از آنها از  $d$  مساوی  $r$  است. (۱ نمره)  
ب) دو خط عمود بر هم که هر یک از آنها نیمساز زاویه بین دو خط  $d$  و  $d'$  است. (۱ نمره)

---

۹-  $a = 2$  (۰.۲۵)  
 $2x^2 + 2y^2 - bx + cy + d = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{b}{2}x + \frac{c}{2}y + \frac{d}{2} = 0$  (۰.۲۵)  
 $\frac{b}{4} = 2 \Rightarrow b = 8$  (۰.۲۵) ,  $-\frac{c}{4} = -1 \Rightarrow c = 4$  (۰.۲۵)  
 $r = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - 4d}}{2} = \frac{\sqrt{64 + 16 - 4d}}{2} = 3$  (۰.۲۵)  
 $6 = \sqrt{64 + 16 - 4d} \Rightarrow 36 = 64 + 16 - 4d \Rightarrow -44 = -4d \Rightarrow d = 11$  (۰.۲۵)



-۱۰

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0 \Rightarrow O = (-1, 2) \quad (0.5)$$

$$R = \sqrt{\frac{4 + 16 - 0}{4}} = \sqrt{5} \quad (0.25)$$

$$|OH| = \frac{|2(-1) + 2(4) - 2|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{3}{5} \quad (0.25)$$

$OH < R$  پس خط و دایره متقاطع‌اند (۰/۵)

-۱۱

$A = (1, 1): (1)^2 + (1)^2 - 2(1) - 2(1) - 3 = -5 < 0 \quad (0.25) \Rightarrow (0.25)$  درون دایره

$B = (-1, -1): (-1)^2 + (-1)^2 - 2(-1) - 2(-1) - 3 = 0 \quad (0.25) \Rightarrow (0.25)$  روی دایره

$C = (2, 2): (2)^2 + (2)^2 - 2(2) - 2(2) - 3 = 0 \quad (0.25) \Rightarrow (0.25)$  روی دایره

$D = (-1, 2): (-1)^2 + (2)^2 - 2(-1) - 2(2) - 3 = 0 \quad (0.25) \Rightarrow (0.25)$  روی دایره

-۱۲

$$r = OH \quad (0.25)$$

$$= \frac{|2(1) + 2 - 1|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad (0.25)$$

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = \frac{16}{5} \quad (0.5)$$

-۱۳

$$x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow O = (0, 0), R = \sqrt{5}$$

$$|OA| < \sqrt{5} \quad (0.25) \Rightarrow \sqrt{m^2 + (m - 1)^2} < \sqrt{5} \quad (0.25)$$

$$2m^2 - 2m + 1 < 5 \Rightarrow 2m^2 - 2m - 4 < 0$$

$$m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow (m + 1)(m - 2) < 0 \quad (0.25) \Rightarrow -1 < m < 2 \quad (0.25)$$

