



آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓

با اسکن QR کد روبرو
وارد صفحه اینستاگرام
آکادمی تیزلاین شو و از
محتواهای آموزشی
رایگان لذت ببر



برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

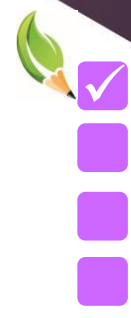
برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید

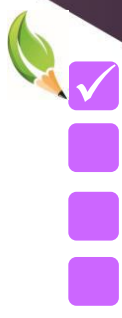
۱,۵	ماتریس‌های $A = [a_{ij}]_{r \times r}$ و $B = [b_{ij}]_{r \times r}$ به صورت زیر تعریف شده‌اند ماتریس AB را بیابید.	۱
۱,۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ باشد ماتریس ABA را بیابید.	۲
۱	به ازای کدام مقدار m معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} m & 2 \\ 3 & m+5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+2 \\ 2 \end{bmatrix}$ جواب ندارد.	۳
۱,۵	دستگاه معادلات زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید.	۴
۱,۵	$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$	۴
۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ باشند حاصل $ 2A^T B^{-1} $ را بیابید.	۵
۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2x \\ y & 1 \end{bmatrix}$ و AB ماتریس قطری باشد x و y را بیابید.	۶
۱	حاصل دترمینان ماتریس زیر را به روش ساروس بیابید.	۷
۱	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$	۷

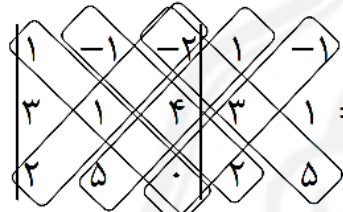


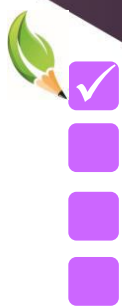
۸	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ اعداد α و β را چنان بیابید که $\alpha A + \beta I = A^{-1}$
۹	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ماتریس A^y را بیابید.
۱۰	نقاط A و B به فاصله ۸ و نقطه C وسط پاره خط AB است. مکان هندسی نقاطی از صفحه را بیابید که از نقطه A به فاصله ۷ و از نقاط B و C به یک فاصله باشند.
۱۱	دایره‌ی $\alpha x^2 + 2y^2 - bx + cy + d = 0$ به مرکز $O(2, -1)$ و شعاع $R = 3$ می‌باشد مقادیر a و b و c و d را مشخص کنید.
۱۲	حدود m را چنان بیابید که نقطه $A(m, m-1)$ داخل دایره $x^2 + y^2 = 5$ باشد.
۱۳	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(0, 1)$ مرکز آن بوده و روی خط $x + y = 2$ وترى به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.
۱۴	معادله دایره‌ای را بنویسید که از نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 0)$ بگذرد و $y = 2x - 1$ شامل قطری از آن باشد
۱۵	وضعیت هر یک از نقاط $(1, 1)$ و $(0, -1)$ و $(2, 3)$ و $(-1, 2)$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ تعیین کنید.
۱۶	وضعیت خط $3x + 4y = 2$ و دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.



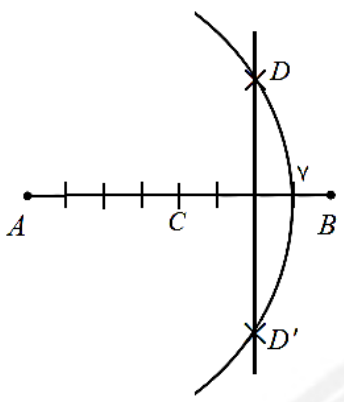
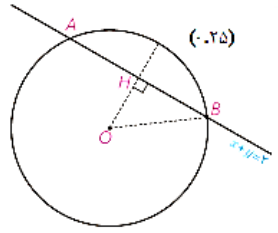
$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$ $C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 12 & 9 & -3 \\ 16 & 12 & -5 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$ <p>هر ماتریس ۰.۵</p>	۱
$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -9 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \quad (0.5)$ $\begin{bmatrix} 2 & -9 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} (0.5) = \begin{bmatrix} 20 & -2 & -30 \\ 20 & 0 & -40 \end{bmatrix} (0.5)$	۲
$\begin{cases} mx + 2y = m + 2 & (0.25) \\ 3x + (m + 5)y = 2 & (0.25) \end{cases}$ $\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \neq \frac{m+2}{2} \quad (0.25)$ $m(m+5) = 6 \Rightarrow m = 1 \quad (0.25)$	۳
$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (0.25) \quad A = -2 - 9 = -11 \quad (0.25)$ $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (0.25) \quad A = -2 - 9 = -11 \quad (0.25)$ $A^{-1} = \frac{1}{ A } A^* \quad (0.25) \Rightarrow \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} & \frac{3}{11} \\ \frac{3}{11} & -\frac{2}{11} \end{bmatrix} \quad (0.25)$ $X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} & \frac{3}{11} \\ \frac{3}{11} & -\frac{2}{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (0.25)$ $= \begin{bmatrix} \frac{22}{11} = 2 \\ \frac{-11}{11} = -1 \end{bmatrix} \quad (0.25) \quad x = 2, \quad y = -1$	۴



$\left. \begin{aligned} A &= -2 \\ B &= -1 \end{aligned} \right\} \text{ (0.25)}$ $ 2A^T B^{11} = 2^r A ^r B ^{11} \quad \text{(0.25)}$ $= 2^r \times (-2)^r \times (-1)^{11} \quad \text{(0.25)}$ $= 8 \times (-8) \times (-1) = 64 \quad \text{(0.25)}$	۵
$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2x \\ y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-y & 4x-1 \\ 1+y & 2x+1 \end{bmatrix} \quad \text{(0.25)}$ $\begin{cases} 4x-1=0 \Rightarrow 4x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{4} \\ 1+y=0 \Rightarrow y=-1 \end{cases} \quad \text{(0.25)}$	۶
 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix} = (0 - 8 - 30) - (0 + 20 - 4) = -38 - 16 = -54$	۷
$A^{-1} = \frac{1}{ A } A^* = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ -\frac{3}{11} & \frac{2}{11} \end{bmatrix} \quad \text{0.25}$ $\begin{bmatrix} 2\alpha & -\alpha \\ 2\alpha & 4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha + \beta & -\alpha \\ 2\alpha & 4\alpha + \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ -\frac{3}{11} & \frac{2}{11} \end{bmatrix} \quad \text{0.25}$ $\alpha = -\frac{1}{11} \quad \text{0.25}$ $2\alpha + \beta = \frac{4}{11} \Rightarrow -\frac{2}{11} + \beta = \frac{4}{11} \Rightarrow \beta = \frac{4}{11} + \frac{2}{11} = \frac{6}{11} \quad \text{0.25}$	۸
$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \quad \text{(0.25)}$ $A^T = (A^T)^T \times A = I \times A = A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{(0.25)}$	۹





<p>مکان هندسی مورد نظر نقاط D و D' (۱ نمره)</p> 	<p>۱۰</p>
<p>$a=2$ (۰.۲۵) $2x^2 + 2y^2 - bx + cy + d = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{b}{2}x + \frac{c}{2}y + \frac{d}{2} = 0$ (۰.۲۵) $\frac{b}{4} = 2 \Rightarrow b = 8$ (۰.۲۵), $-\frac{c}{4} = -1 \Rightarrow c = 4$ (۰.۲۵) $r = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - 4d}}{2} = \frac{\sqrt{64 + 16 - 4d}}{2} = 3$ (۰.۲۵) $6 = \sqrt{64 + 16 - 4d} \Rightarrow 36 = 64 + 16 - 4d \Rightarrow -44 = -4d \Rightarrow d = 11$ (۰.۲۵)</p>	<p>۱۱</p>
<p>$x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow O = (0, 0), R = \sqrt{5}$ $OA < \sqrt{5}$ (۰.۲۵) $\Rightarrow \sqrt{m^2 + (m-1)^2} < \sqrt{5}$ (۰.۲۵) $2m^2 - 2m + 1 < 5 \Rightarrow 2m^2 - 2m - 4 < 0$ (۰.۲۵) $m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow (m+1)(m-2) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2$ (۰.۲۵)</p>	<p>۱۲</p>
 <p>$AB = 2\sqrt{2}, AH = \sqrt{2}, BH = \sqrt{2}$ $OH = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (۰.۲۵) $= \frac{ 1(0) + 1(0) - 2 }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (۰.۲۵) $r = OB = \sqrt{OH^2 + HB^2}$ (۰.۲۵) $\Rightarrow OB = \sqrt{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{1}{\sqrt{2}})^2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{1} = 1$ (۰.۲۵) $x^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{4}$ (۰.۲۵)</p>	<p>۱۳</p>

$A(1,2) , B(3,0) \quad M = \left(\frac{1+3}{2}, \frac{2+0}{2}\right) = (2,1) \quad (0.25)$ $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{3 - 1} = \frac{-2}{2} = -1 \quad (0.25)$ $m' = \frac{-1}{-1} = 1 \quad (0.25)$ $y - 1 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 1 \quad (0.25)$ $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - x = -1 \\ y - 2x = -1 \end{cases} \Rightarrow x = 0 \quad (0.25), y = -1 \quad (0.25) \Rightarrow O' = (0, -1)$ $r = O'A = \sqrt{(1-0)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{10} \quad (0.25) \Rightarrow x^2 + (y+1)^2 = 10 \quad (0.25)$	۱۴
$A = (1,1): (1)^2 + (1)^2 - 2(1) - 2(1) - 3 = -5 < 0 \quad (0.25) \Rightarrow (0.25) \quad \text{درون دایره}$ $B = (0,-1): (0)^2 + (-1)^2 - 2(0) - 2(-1) - 3 = 0 \quad (0.25) \Rightarrow (0.25) \quad \text{روی دایره}$ $C = (2,2): (2)^2 + (2)^2 - 2(2) - 2(2) - 3 = 4 > 0 \quad (0.25) \Rightarrow (0.25) \quad \text{بیرون دایره}$ $D = (-1,2): (-1)^2 + (2)^2 - 2(-1) - 2(2) - 3 = 0 \quad (0.25) \Rightarrow (0.25) \quad \text{روی دایره}$	۱۵
$x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0 \Rightarrow O = (-1, 2) \quad (0.25)$ $R = \sqrt{\frac{4 + 16 - 0}{4}} = \sqrt{5} \quad (0.25)$ $3x + 4y - 2 = 0 \Rightarrow OH = \frac{ 3(-1) + 2(2) - 2 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5} < R \quad (0.25)$ <p style="text-align: right;">خط و دایره متقاطع‌اند (۰.۲۵)</p>	۱۶

