



آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓


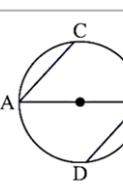
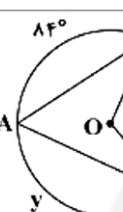

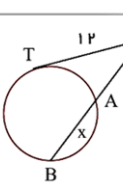
با اسکن QR کد روبرو
وارد صفحه اینستاگرام
آکادمی تیزلاین شو و از
محتوای آموزشی
رایگان لذت ببر



برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید

۱.۵		۱ در دایره روبه‌رو به شعاع ۴، مساحت ناحیه سایه‌زده را محاسبه کنید. (این ناحیه، یک قطعه دایره نام دارد).
۱.۵		۲ در شکل مقابل، AB قطری از دایره است و وترهای AC و BD موازی‌اند. ثابت کنید: $AC = BD$
۱.۵		۳ ثابت کنید در یک دایره، کمان‌های نظیر دو وتر مساوی باهم برابرند.
۱.۵		۴ الف) اگر $\hat{y} = 140^\circ$ ، آنگاه اندازه زاویه x را به دست آورید. ب) اگر $\hat{x} = 165^\circ$ ، آنگاه اندازه کمان \widehat{y} را به دست آورید.
۲		۵ با توجه به شکل‌های زیر اندازه x و y را در شکل (الف) و اندازه z را در شکل (ب) تعیین کنید.
۱.۵		۶ با توجه به شکل زیر، مقدار x را تعیین کنید.
۱		۷ طول خط‌المركزين دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۸ برابر ۴ است، این دو دایره نسبت به هم چگونه‌اند؟ <input type="checkbox"/> ۱ متداخل <input type="checkbox"/> ۲ متقاطع <input type="checkbox"/> ۳ متخارج <input type="checkbox"/> ۴ مماس



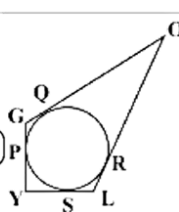
۸ طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط‌المركزین آنها مساوی ۸ واحد است.

۱.۵

۹ ثابت کنید در هر چهارضلعی محاطی، زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگرند.

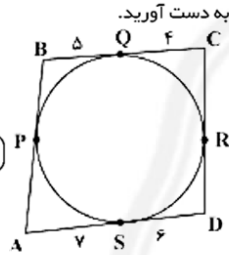
۱.۵

۱۰ ضلع‌های چهارضلعی $GOLY$ بر دایره مماس هستند. (شکل روبه‌رو)، ثابت کنید: $GO + LY = OL + GY$



۲

۱۱ در شکل زیر P, Q, R, S نقطه‌های تماس ضلع‌های چهارضلعی $ABCD$ با دایره هستند. مقدار محیط این چهارضلعی را به دست آورید.



۱.۵

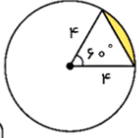
۱۲ اگر r_a, r_b, r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$

۳

به همین ترتیب اگر h_a, h_b, h_c اندازه‌های سه ارتفاع باشند، نشان دهید: $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$



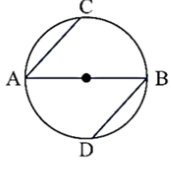
۱ در دایرهٔ روبه‌رو به شعاع ۴، مساحت ناحیهٔ سایه‌زده را محاسبه کنید. (این ناحیه، یک قطعه دایره نام دارد).



۱.۵ پاسخ:

$$S' = (S - \text{مثلث}) = \left(\frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 4^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 \right) = \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}$$

۲ در شکل مقابل، AB قطری از دایره است و وترهای AC و BD موازی‌اند. ثابت کنید: $AC = BD$

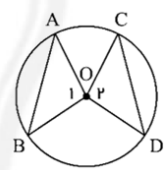


۱.۵ پاسخ:

ثابت کنید در یک دایره، کمان‌های نظیر دو وتر مساوی باهم برابرند.

$$\Rightarrow \begin{cases} OA = OC = OB = OD \\ \widehat{OBD} = \widehat{ODB} = \widehat{OAC} = \widehat{OCA} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \triangle OAC \cong \triangle OBD \\ \text{(ض.ض.ض)} \end{matrix} \Rightarrow AC = BD$$

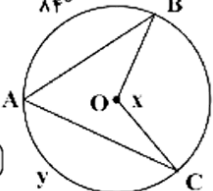
۳ ثابت کنید در یک دایره، کمان‌های نظیر دو وتر مساوی باهم برابرند.



۱.۵ پاسخ:

$$\begin{cases} OA = OC = R \\ OB = OD = R \\ \text{فرض } AB = CD \end{cases} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{COD} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

۴ الف) اگر $\widehat{y} = 140^\circ$ ، آنگاه اندازهٔ زاویهٔ x را به دست آورید. ب) اگر $\widehat{x} = 165^\circ$ ، آنگاه اندازهٔ کمان \widehat{y} را به دست آورید.



۱.۵ پاسخ: الف) با توجه به شکل داریم:

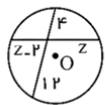
$$84^\circ + y + \widehat{BC} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 360^\circ - 84^\circ - 140^\circ = 136^\circ$$

$$\widehat{x} = \widehat{BC} = 136^\circ$$

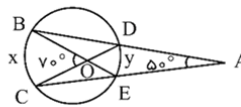
(ب)

$$\hat{x} = 165^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 165^\circ \Rightarrow 84^\circ + 165^\circ + y = 360^\circ \Rightarrow \hat{y} = 111^\circ$$

۵ با توجه به شکل‌های زیر اندازه x و y را در شکل (الف) و اندازه z را در شکل (ب) تعیین کنید.



شکل (ب)



شکل (الف)

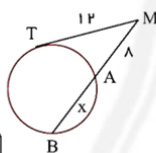
پاسخ:

(الف) طبق شکل داریم:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 70^\circ \\ \frac{x-y}{2} = 50^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12^\circ \\ y = 2^\circ \end{cases}$$

(ب) طبق روابط طولی داریم: $z(z-2) = 4 \times 12 \Rightarrow z^2 - 2z - 48 = 0 \Rightarrow z = -6$ غ.ق.ق , $z = 8$ ق.ق.ق

۶ با توجه به شکل زیر، مقدار x را تعیین کنید.



۱.۵

پاسخ:

با توجه به روابط طولی در دایره داریم:

$$MT^2 = MA \times MB \Rightarrow 12^2 = 8 \times (8 + x) \Rightarrow x = 10$$

۷ طول خط‌المركزين دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۸ برابر ۴ است، این دو دایره نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱

- ۱] متداخل ۲] متقاطع ۳] متخارج ۴] مماس

پاسخ: گزینه ۲ چون $8 - 5 < 4 < 8 + 5$ بنابراین $|R - R'| < d < R + R'$ پس دو دایره متقاطع هستند.

۸ طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط‌المركزين آنها مساوی ۸ واحد است.

پاسخ:

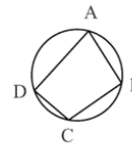
$$\begin{cases} \text{مماس مشترک داخلی} = \sqrt{15} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{64 - (R + R')^2} \\ \text{مماس مشترک خارجی} = 3\sqrt{7} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{64 - (R - R')^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R + R') = 7 \\ (R - R') = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 4 \\ R' = 3 \end{cases}$$

۹ ثابت کنید در هر چهارضلعی محاطی، زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگرند.

۱.۵

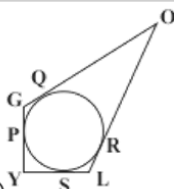
پاسخ: با توجه به تعریف چهارضلعی محاطی داریم:

$$\widehat{B} + \widehat{D} = \frac{\widehat{ADC}}{2} + \frac{\widehat{ABC}}{2} \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{D} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$



به روش مشابه ثابت می‌شود: $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$

۱۰ ضلع‌های چهارضلعی $GOLY$ بر دایره مماس هستند. (شکل روبه‌رو)، ثابت کنید: $GO + LY = OL + GY$

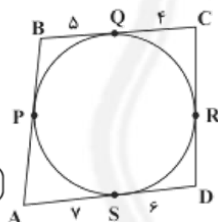


پاسخ: می‌دانیم اگر از نقطه‌ای دو مماس بر دایره‌ای رسم شود طول آن مماس‌ها باهم برابر است. پس داریم:

$$\begin{cases} GO + LY = GQ + QO + LS + SY \\ OL + GY = OR + RL + GP + PY \end{cases}$$

می‌دانیم $PY = YS, LR = LS$ و $GP = GQ, OR = OQ$ پس تساوی $GO + LY = OL + GY$ برقرار است.

۱۱ در شکل زیر P, Q, R, S نقطه‌های تماس ضلع‌های چهارضلعی $ABCD$ با دایره هستند. مقدار محیط این چهارضلعی را به دست آورید.



پاسخ: از هر یک از نقاط D, A, B, C دو مماس بر دایره رسم شده پس طول آن‌ها برابر است. بنابراین:

$$BQ = BP = \delta, CQ = CR = \epsilon, DS = RD = \zeta, AS = AP = \gamma$$

بنابراین محیط چهارضلعی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$AB + BC + CD + AD = 12 + 9 + 10 + 13 = 44$$

۱۲ اگر r_a, r_b, r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد. نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$

به همین ترتیب اگر h_a, h_b, h_c اندازه‌های سه ارتفاع باشند، نشان دهید: $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$

پاسخ:

در فرمول‌های مقابل S مساحت و p نصف محیط می‌باشد.

$$r_a = \frac{s}{p-a}, r_b = \frac{s}{p-b}, r_c = \frac{s}{p-c}, r = \frac{s}{p}$$

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{\frac{s}{p-a}} + \frac{1}{\frac{s}{p-b}} + \frac{1}{\frac{s}{p-c}} = \frac{p-a+p-b+p-c}{s} = \frac{3p-2p}{s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c \Rightarrow h_a = \frac{2s}{a}, h_b = \frac{2s}{b}, h_c = \frac{2s}{c}$$

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2s} + \frac{b}{2s} + \frac{c}{2s} = \frac{a+b+c}{2s} = \frac{2p}{2s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r}$$

