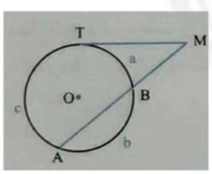
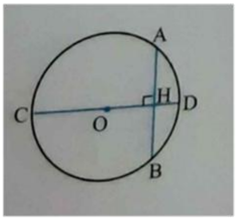
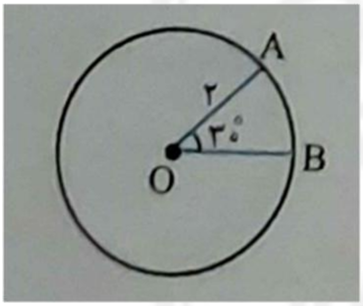
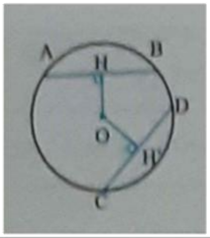
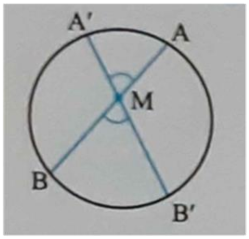
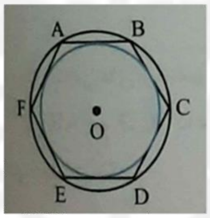
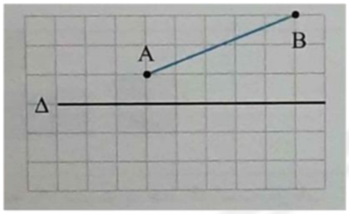
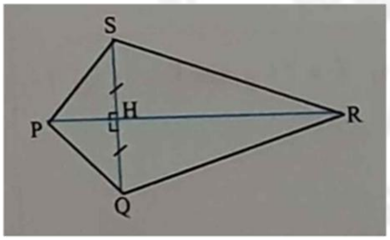
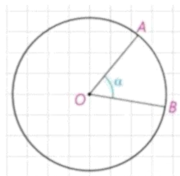
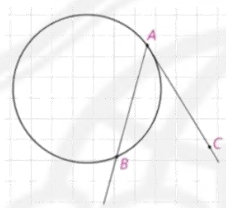
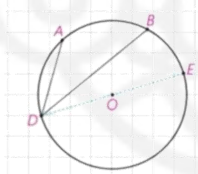
1	تعریف کنید الف) نقطه ثابت تبدیل ب) انواع تبدیل عبارتند از (3مورد)	0.75 0.75
2	انواع زوایایی که برای یک دایره ممکن است موجود باشد را با رسم شکل توضیح دهید.	1.5
3	دو دایره نسبت به هم چند حالت دارند؟(با رسم شکل توضیح دهید)	2
4	خط مماس بر دایره در نقطه T و امتداد وتر AB در نقطه M متقاطع اند. با فرض $\widehat{TB}=a$ ، $\widehat{BA}=b$ ، $\widehat{AT}=c$ و $\frac{a}{1}=\frac{b}{4}=\frac{c}{5}$ اندازه زاویهM را تعیین کنید. 	1.5

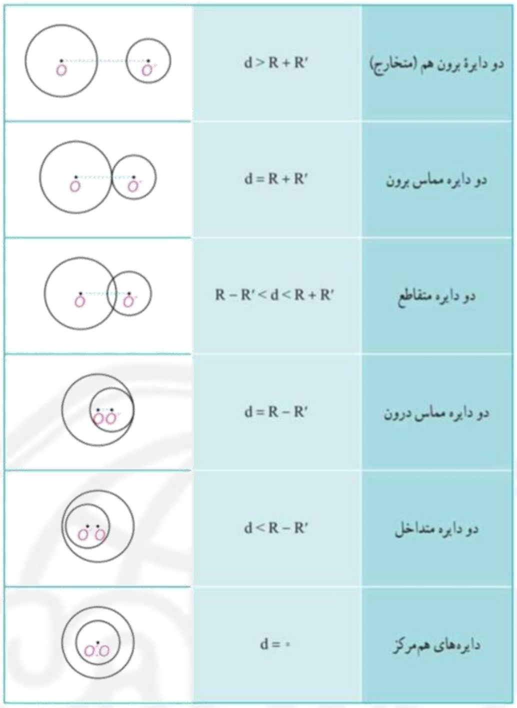
5	ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان های نظیر آن وتر را نصف می کند. 	1.5
6	مطابق شکل اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره مساوی 30^0 باشد ، در این صورت موارد زیر را محاسبه کنید: الف) طول کمان AB ب) مساحت قطاع 	1.5
7	هرگاه M نقطه ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، ثابت کنید مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه های دو قطعه قاطع.	1.5
8	در دایره $C(o,r)$ نشان دهید: $AB > CD \leftrightarrow OH < OH'$. 	1.5

9	ثابت کنید اندازه زاویه بین دو وتر متقاطع درون دایره برابر است با نصف مجموع اندازه کمان هایی از دایره که به اضلاع زاویه و امتداد اضلاع زاویه محدودند؛ یعنی $\widehat{M}=\frac{\widehat{AA'}+\widehat{BB'}}{2}$. 	1.5
10	در شکل زیر $ABCDEF$، یک شش ضلعی منتظم است. نسبت شعاع دایره محاطی این شش ضلعی به شعاع دایره محیطی آن چقدر است؟ 	2
11	نقطه O روی پاره خط AB قرار دارد. تبدیل R یک دوران به مرکز O و زاویه 90 درجه است. اگر $AB=8$، $R(A)=A'$ و $R(B)=B'$ باشد. آن گاه مساحت چهارضلعی $AA'BB'$ چقدر است؟	1.5

12	ابتدا پاره خط AB را نسبت به خط Δ بازتاب داده، سپس به سوالات زیر پاسخ دهید: الف) آیا تبدیل بازتاب ، موقعیت پاره خط AB را تغییر می دهد؟ آیا اندازه پاره خط AB را تغییری می دهد؟ ب) آیا تبدیل بازتاب شیب هر پاره خط را حفظ می کند؟ تبدیل بازتاب در چه حالتی شیب پاره خط را حفظ می کند؟ 	1
13	در شکل روبه رو PR عمود منصف OS است. با استفاده از ویژگی های تبدیل بازتاب، ثابت کنید : $\widehat{SPR} = \widehat{QPR}$. 	1.

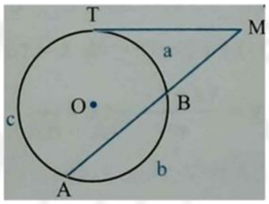
1	الف) در هر تبدیل، نقطه ای را که تبدیل یافته آن برخود آن منطبق باشد، نقطه ثابت تبدیل گویند ب) تبدیل بازتاب، انتقال، دوران، تجانس (نوشتن 3 مورد کافیست)	
2	 1- زاویه مرکزیAOB،  2 - زاویه ظلیBAC  3-زاویه محاطیADB	

3



دو دایرهٔ برون هم (متخارج)	$d > R + R'$	
دو دایره مماس برون	$d = R + R'$	
دو دایره متقاطع	$R - R' < d < R + R'$	
دو دایره مماس درون	$d = R - R'$	
دو دایره متداخل	$d < R - R'$	
دایره‌های هم‌مرکز	$d = 0$	

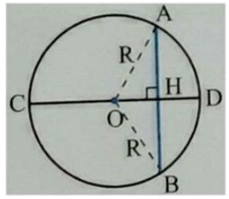
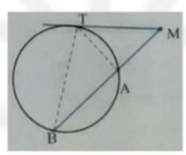
4 می دانیم که محیط یک دایره برابر 360 درجه است، از طرفی طبق فرض مساله داریم:



$$\begin{cases} \frac{a}{1} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \\ a + b + c = 360^0 \end{cases} \rightarrow k + 4k + 5k = 360^0 \rightarrow k = 36^0 \rightarrow \begin{cases} a = 36^0 \\ b = 144^0 \\ c = 180^0 \end{cases}$$

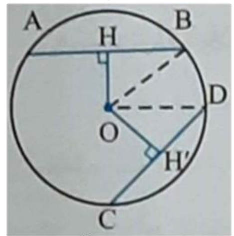
بنابراین:

$$\widehat{M} = \frac{TA - TB}{2} \rightarrow \widehat{M} = \frac{c - a}{2} \rightarrow \widehat{M} = \frac{180^0 - 36^0}{2} = 72^0$$

5	ابتدا از O به A و B وصل می کنیم:  $\begin{cases} OA = OB = R \\ OH = OH \text{مشترک} \\ \widehat{AHO} = \widehat{BHO} = 90^0 \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} AH0 \cong BHO$ $\rightarrow AH = BH = \frac{AB}{2}, \widehat{AOH} = \widehat{BOH} \rightarrow AD = BD$	
6	الف) $\widehat{AB} = \frac{\pi r}{180}\alpha \rightarrow \widehat{AB} = \frac{\pi \times 2}{180} \times 30^0 = \frac{\pi}{3}$ ب) $S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} \rightarrow S = \frac{\pi \times 2^2 \times 30^0}{360} = \frac{\pi}{3}$	
7	از نقطه M خارج از دایره،یک مماس و یک قاطع نسبت به دایره رسم می کنیم. اکنون از نقطه T (محل برخورد) به نقاط A و B وصل می کنیم. لذا داریم:  در زاویه محاطی: $\widehat{MTA} = \frac{AT}{2}$ در زاویه محاطی: $\widehat{TBA} = \frac{AT}{2}$ $\rightarrow \begin{cases} \widehat{MTA} = \widehat{TBM} \\ M = M \text{مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{زز}} MTA \sim MBT$ درنهایت با توجه به تشابه دو مثلث مذکور داریم: $\frac{MT}{MA} = \frac{MB}{MT} \rightarrow MT^2 = MA.MB$	

8

با استفاده از قضیه فیثاغورس در دو مثلث OHB و $OH'D$ داریم:



$$\begin{cases} OHB: OH^2 + HB^2 = OB^2 \\ OH'D: OH'^2 + H'D^2 = OD^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} OH^2 + \dfrac{AB^2}{4} = R^2 \\ OH'^2 + \dfrac{CD^2}{4} = R^2 \end{cases}$$

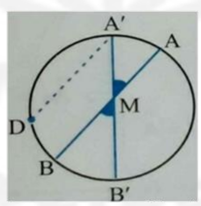
$$\rightarrow \begin{cases} OH^2 = R^2 - \dfrac{AB^2}{4} \\ OH'^2 = R^2 - \dfrac{CD^2}{4} \end{cases}$$

بنابراین می توان نتیجه گرفت که:

$$AB > CD \Leftrightarrow \frac{AB^2}{4} > \frac{CD^2}{4} \Leftrightarrow R - \frac{AB^2}{4} < R - \frac{CD^2}{4}$$
$$\Leftrightarrow OH^2 < OH'^2 \Leftrightarrow OH < OH'.$$

9

ابتدا از نقطه A' ، خطی موازی AB رسم می کنیم تا دایره را در نقطه D قطع کند.
داریم:



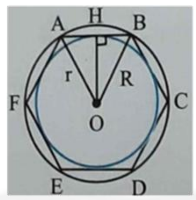
$$A'D \parallel AB \rightarrow \begin{cases} \widehat{DA'B'} = \widehat{M} \\ AA' = BD \end{cases} (1)$$
$$\widehat{DA'B'} = \frac{1}{2} DB' = \frac{1}{2}(DB + BB')(2)$$

که از (1،2) نتیجه می گیریم که:

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{AA'} + \widehat{BB'}}{2}$$

10

مطابق شکل $OH = r$ و $OB = R$ به ترتیب شعاع های دایره های محاطی و محیطی شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ هستند.
مثلث OAB متساوی الساقین و OH ارتفاع وارد بر قاعده است، پس OH نیمساز زاویه داخلی AOB است و داریم:



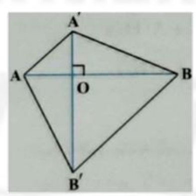
$$\widehat{AOB} = \frac{360^0}{6} = 60^0 \rightarrow \widehat{BOH} = 30^0$$
$$\rightarrow \widehat{OBH} = 90^0 - 30^0 = 60^0$$

ضلع OH در مثلث قائم الزاویه OHB، ره به رو به زاویه 60^0 است،پس طول آن $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول وتر است.

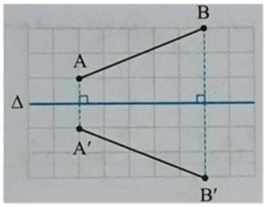
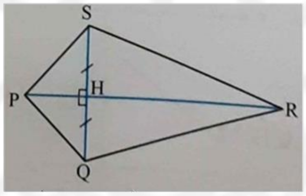
یعنی داریم: $OH = \frac{\sqrt{3}}{2} OB \rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2} R \rightarrow \frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

11

ابتدا با توجه به اطلاعات مساله شکل را رسم می کنیم. با توجه به اینکه دوران یک تبدیل طولپاست، است. $AB = A'B' = 8$
از طرفی در چهارضلعی $AA'BB'$ قطرها بر هم عمودند، پس داریم:



لذا $S_{AA'BB'} = \frac{1}{2} AB \times A'B' = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

12	الف) تبدیل بازتاب موقعیت پاره خط AB را تغییر می دهد، ولی اندازه پاره خط را حفظ می کند.  ب) تبدیل بازتاب شیب خط را در حالت کلی حفظ نمی کند ولی در حالتی که خط، موازی یا عمود بر محور بازتاب باشد، شیب خط را حفظ می کند.	
13	با توجه به شکل PR عمود منصف QS است، در نتیجه $SH = QH$ اکنون با استفاده از تبدیل بازتاب T نسبت به خط بازتاب PR داریم:  بازتاب تبدیلی طولپاست، $\begin{cases} T(S)=Q \\ T(P)=P \\ T(R)=R \end{cases} \rightarrow \begin{cases} SR=RQ \\ SP=QP \\ PR=PR \end{cases}$ لذا بنابر حالت (ض،ض،ض) داریم: $PSR \cong PQR \rightarrow \widehat{SPR} = \widehat{QPR}$	