



آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓


با اسکن QR کد روبرو
وارد صفحه اینستاگرام
آکادمی تیزلاین شو و از
محتواهای آموزشی
رایگان لذت ببر



برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید



دبیرستان عرفان

زمان برگزاری: ۸۰ دقیقه

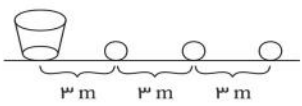
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: حسابان-یازدهم ریاضی-دیماه ۱۴۰۰

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۸

۱) فاصله بین دو شهر که در کنار رودخانه‌ای واقع شده‌اند ۱۴۴ کیلومتر است. یک کشتی از شهر اول به شهر دوم می‌رود و پس از ۲ ساعت توقف همین مسیر را برمی‌گردد. مدت زمان سفر در مجموع ۱۷ ساعت می‌باشد. در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جریان آب ۸ کیلومتر در ساعت بیشتر از سرعت آن در خلاف جریان آب باشد سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.

۲) در یک مسابقه تعدادی توپ روی یک خط مستقیم و به فاصله‌ی ۳ متر از هم قرار دارند. فاصله‌ی توپ اول تا سید ۳ متر است (شکل زیر). دوندهای باید از کنار سید شروع کرده و هر توپ را برداشته و آن را تا سید حمل کند و به سید بیندازد و مجدداً به طرف توپ بعدی برود و آن را تا سید حمل کند و به داخل آن بیندازد. اگر این دونده مجموعاً ۹۱۸ متر دویده باشد، تعیین کنید او چند توپ در سید انداخته است؟



۳) نمودار تابع $f(x) = ||x| - 2|$ را رسم کنید، سپس معادله $f(x) = 1$ را هم به روش هندسی و هم به روش جبری، حل نمایید.

۴) معادله زیر را حل کنید.

$$2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4}$$

۵) اگر فاصله‌ی نقطه‌ی $A(1, 2)$ از خط $ax + 4y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار a چقدر است؟

۶) خط $4x + 3y = 5$ بر دایره‌ی C به مرکز $O(-1, 2)$ مماس است. طول شعاع دایره چقدر است؟

۷) اگر تعداد افرادی که، طی یک مدت معین، به وسیله‌ی یک نوع ویروس آلوده می‌شوند، با دستور $n(t) = \frac{9500t - 2000}{4+t}$ به دست آید که در آن $t > 0$ زمان بر حسب ماه است:

الف) تعداد افرادی که در انتهای ماه پنجم آلوده شده‌اند چقدر است؟
 ب) پس از چند ماه تعداد افراد آلوده به ۵۵۰۰ نفر خواهد رسید؟

۸) نمودار تابع $y = -\sqrt{x}$ را با استفاده از نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ رسم کنید.

۹) کدام یک از موارد زیر درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل بیاورید.
 الف) اگر دامنه دو تابع با هم برابر و برد آنها نیز با یکدیگر برابر باشند، دو تابع برابرند.
 ب) برد و هم دامنه تابع می‌توانند یکی باشند.
 پ) هم دامنه تابع زیرمجموعه‌ای از برد آن است.

ت) بی‌شمار تابع وجود دارد که دامنه آن بازه $[0, 3]$ است.

۱۰) شکل نمایی جابجایی عدسی از منحنی سهمی به معادله $y = x^2 - 8x - 20$ مطابق شکل زیر مدل‌سازی می‌شود. الف) مختصات نقاط انتهایی عدسی A و B را به دست آورید.

ب) اگر x بر حسب سانتی‌متر باشد طول AB را به دست آورید.
 پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و y بر حسب میلی‌متر باشد بیشترین ضخامت آن چقدر است؟

۱۱) معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{6}{x} = 2 + \frac{x-3}{x+1}$$

۱۲) مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر ۲- باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.

☎ ۰۲۱-۴۴۱۳۶۹۷۵ * ۰۲۱-۹۱۳۰۲۲۰۲

📷 Tizline.ir

📞 ۰۹۳۳۳۸۴۰۲۰۲

دبیرستان عرفان

۶۶

۱۳) با استفاده از تعیین علامت، ضابطه هر یک از توابع زیر را بدون استفاده از نماد قدرمطلق بنویسید.

الف

$$h(x) = |x - 1| + |x + 1|$$

۱۴) معادلات زیر را حل کنید.

الف

$$x^2 - 3x^2 - 4 = 0$$

۱۵) نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید.

الف

$$f(x) = \left[\frac{1}{2}x \right], \quad -4 \leq x < 4$$

۱۶) نمودار توابع زیر را رسم نموده و دامنه و برد هریک را معلوم کنید.

الف

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ x - 2 & x \leq 0 \end{cases}$$

۱۷) دامنه توابع زیر را بیابید.

الف

$$f(x) = \sqrt{8 - x}$$



دبیرستان عرفان



پاسخنامه تشریحی

۱

زمان برگشت $V \rightarrow$ = سرعت حرکت در خلاف جریان $\frac{144}{V}$

زمان رفت $V + 8 \rightarrow$ = سرعت حرکت در جهت جریان $\frac{144}{V + 8}$

$$\frac{144}{V} + \frac{144}{V + 8} = 17 - 2 \rightarrow 144 \left(\frac{1}{V} + \frac{1}{V + 8} \right) = 15$$

$$\frac{2V + 8}{V(V + 8)} = \frac{15}{144} = \frac{5}{48} \rightarrow 5V^2 + 40V = 96V + 384$$

$$\rightarrow 5V^2 - 56V - 384 = 0 \rightarrow \Delta = 3136 + 7680 = 10816$$

$$V = \frac{56 \pm \sqrt{10816}}{10} = -4,8 \text{ غ ق ق } , \boxed{V = 16}$$

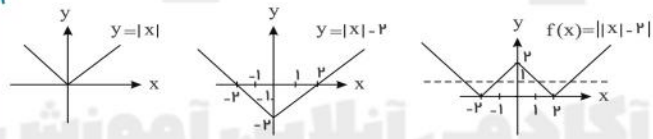
۲) دونه برای برداشتن توپ اول و قرار دادن آن در سبد باید $3 + 3 = 6$ متر طی کند، برای توپ دوم باید $6 + 6 = 12$ متر و برای توپ سوم $9 + 9 = 18$ متر و... طی کند. پس داریم:

مسافتها: $6, 12, 18, \dots, a_n = 6, d = 6$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = 918 \rightarrow \frac{n}{2}(12 + 6n - 6) = 918$$

$$3n(n+1) = 918 \rightarrow \frac{n(n+1)}{\text{ضرب در عدد متوالی}} = \frac{306}{\text{ضرب در عدد متوالی}} = \frac{17 \times 18}{\text{ضرب در عدد متوالی}} \rightarrow n = 17$$

۳



خط $y = 1$ نمودار تابع f را در ۴ نقطه قطع می کند پس معادله $f(x) = 1$ دارای ۴ ریشه است، دو ریشه مثبت و دو ریشه منفی.

$$f(x) = 1 \Rightarrow ||x| - 2| = 1 \Rightarrow |x| - 2 = \pm 1 \Rightarrow |x| = 3, |x| = 1$$

$$|x| = 3 \Rightarrow \boxed{x = \pm 3}, |x| = 1 \Rightarrow \boxed{x = \pm 1}$$

۴

$$2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x = 3x+4 \Rightarrow x = 4$$

حال $x = 4$ را در معادله اولیه امتحان می کنیم.

$$x = 4 \Rightarrow 2\sqrt{4} = \sqrt{12+4} \Rightarrow 2 \times 2 = \sqrt{16} \Rightarrow 4 = 4 \Rightarrow x = 4 \text{ قابل قبول}$$

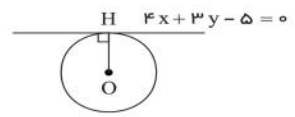
۵

$$ax + 3y - 1 = 0 \Rightarrow \frac{|a+8-1|}{\sqrt{a^2+16}} = 2 \Rightarrow |a+7| = 2\sqrt{a^2+16}$$

$$\Rightarrow a^2 + 14a + 49 = 4a^2 + 64 \Rightarrow 3a^2 - 14a + 15 = 0$$

$$\Delta = 196 - 4 \times 3 \times 15 = 16 \rightarrow a = \frac{14 \pm 4}{6} \Rightarrow a = 3, \frac{5}{3}$$

۶



$$4x + 3y - 5 = 0$$

$$R = OH = \frac{|4(-1) + 3 \times 2 - 5|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|-4+6-5|}{5} = \frac{3}{5}$$

فاصله ی مرکز دایره تا خط همان شعاع دایره است.

سامانه پیامکی: ۹۰۰۰۱۶۲۰

۰۲۱-۹۱۳۰۲۲۰۲ * ۰۲۱-۴۴۱۳۶۹۷۵

Tizline.ir

۰۹۳۳۳۸۴۰۲۰۲

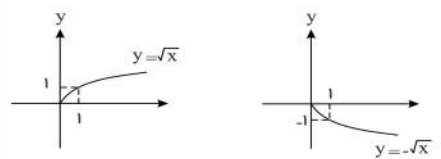
دبیرستان عرفان



7

الف) $t = 5 \rightarrow n(5) = \frac{9500 \times 5 - 2000}{4 + 5} = \frac{45500}{9} = 5055,5$
 ب) $n(t) = 5500 \Rightarrow \frac{9500t - 2000}{4 + t} = 5500$
 $\Rightarrow 9500t - 2000 = 22000 + 5500t \Rightarrow 4000t = 24000 \Rightarrow t = 6$

8 برای رسم $y = -\sqrt{x}$ باید نمودار $y = \sqrt{x}$ را نسبت به محور x قرینه کنیم.



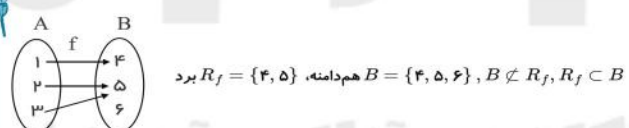
9 الف) نادرست، ممکن است دامنه دو تابع برابر و برد آنها نیز برابر باشند ولی دو تابع برابر نباشند مانند:

$f = \{(1, 2), (4, 5)\}$, $g = \{(1, 5), (4, 2)\}$
 $D_f = D_g = \{1, 4\}$, $R_f = R_g = \{2, 5\} \Rightarrow f \neq g$

ب) درست، می‌تواند برد و هم دامنه تابع یکسان باشند، مانند:



ب) نادرست، برد تابع باید زیرمجموعه‌ای از هم دامنه تابع باشد.



ت) درست، می‌توان بی‌شمار تابع با ضابطه‌های متفاوت و دامنه یکسان $[0, 3]$ نوشت:

الف) نقاط A و B محل برخورد سهمی $y = x^2 - 8x - 20$ با محور x است یعنی باید معادله $y = 0$ را حل کنیم.

$y = 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 10) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 10$
 $\Rightarrow A = (-2, 0), B = (10, 0)$

ب)

$AB = \sqrt{(-2 - 10)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{144} = 12cm$

ب) بیشترین ضخامت عدسی همان عرض نقطه رأس سهمی است.

$y = x^2 - 8x - 20 \Rightarrow$ رأس $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2} = 4 \Rightarrow y = 16 - 32 - 20 = -36$

بیشترین ضخامت عدسی $= |-36| = 36mm$

11

$\frac{6}{x} = 2 + \frac{x-3}{x+1} \rightarrow 6(x+1) = 2x(x+1) + x(x-3)$

$6x + 6 = 2x^2 + 2x + x^2 - 3x \Rightarrow 3x^2 - 7x - 6 = 0$

$\Delta = 49 - 4 \times 3 \times (-6) = 49 + 72 = 121 \Rightarrow x = \frac{7 \pm 11}{6} \Rightarrow x = 3, x = -\frac{2}{3}$

هر دو ریشه قابل قبول هستند.

12

$x = -2 \rightarrow x^2 + kx^2 - x - 2 = 0 \rightarrow -8 + 4k + 2 - 2 = 0 \rightarrow k = 2$

$f(x)$ بر $x + 2$ بخش پذیر است.

021-44136975 * 021-91302202
 Tizline.ir
 093333840202



$$f(x) = x^2 + 2x^2 - x - 2$$

$$x^2 + 2x^2 - x - 2 \div \frac{x+2}{x^2-1}$$

$$\frac{-x^2 - 2x^2}{-x - 2} = \frac{-3x^2}{-x - 2}$$

$$\frac{-3x^2}{-x - 2} = \frac{-3x^2 + 6x + 6 - 6x - 12}{-x - 2} = \frac{-3x^2 + 6x - 6}{-x - 2}$$

$$\frac{-3x^2 + 6x - 6}{-x - 2} = \frac{-3x^2 + 6x - 6 + 3x + 6}{-x - 2} = \frac{-3x^2 + 9x}{-x - 2}$$

$$\frac{-3x^2 + 9x}{-x - 2} = \frac{-3x^2 + 9x + 6 - 6}{-x - 2} = \frac{-3x^2 + 9x + 6 - 6}{-x - 2}$$

$$\frac{-3x^2 + 9x + 6 - 6}{-x - 2} = \frac{-3x^2 + 9x + 6 - 6}{-x - 2}$$

$$f(x) = (x+2)(x^2-1) = 0 \Rightarrow x = -2, x = \pm 1$$

$$x^2 + 2x^2 - x - 2 = x^2(x+2) - (x+2) = (x+2)(x^2-1) = 0 \Rightarrow x = -2, x = \pm 1$$

الف

$$h(x) = \begin{cases} -(x-1) - (x+1) & x < -1 \\ -(x-1) + x+1 & -1 \leq x < 1 \\ x-1 + x+1 & x \geq 1 \end{cases} = \begin{cases} -2x & x < -1 \\ 2 & -1 \leq x < 1 \\ 2x & x \geq 1 \end{cases}$$

x	-1	1
x-1	-	+
x+1	-	+

الف

$$x^2 - 2x^2 - 4 = 0, x^2 = t \Rightarrow t^2 - 2t - 4 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+1) = 0$$

$$t = 4, t = -1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2, x^2 = -1 \Rightarrow \text{غ ق ق}$$

الف

$$f(x) = \lfloor \frac{1}{x} \rfloor, -4 \leq x < 4 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{x} < 2$$

$$-2 \leq \frac{1}{x} < -1 \Rightarrow f(x) = -2, -4 \leq x < -2$$

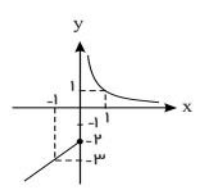
$$-1 \leq \frac{1}{x} < 0 \Rightarrow f(x) = -1, -2 \leq x < 0$$

$$0 \leq \frac{1}{x} < 1 \Rightarrow f(x) = 0, 0 \leq x < 2$$

$$1 \leq \frac{1}{x} < 2 \Rightarrow f(x) = 1, 2 \leq x < 4$$

الف

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ x-2 & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 & -1 \\ -2 & -2 \end{cases}$$



$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = (-\infty, -2] \cup (0, +\infty)$$

الف

$$f(x) = \sqrt{8-x}, 8-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 8 \Rightarrow D_f = (-\infty, 8]$$

روش دیگر: می توان $f(x)$ را تجزیه کرد.

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷

حسابان - نازدهم ریاضی - دیماه ۱۴۰۰

۰۲۱-۴۴۱۳۶۹۷۵ * ۰۲۱-۹۱۳۰۲۲۰۲

Tizline.ir

۰۹۳۳۳۸۴۰۲۰۲