

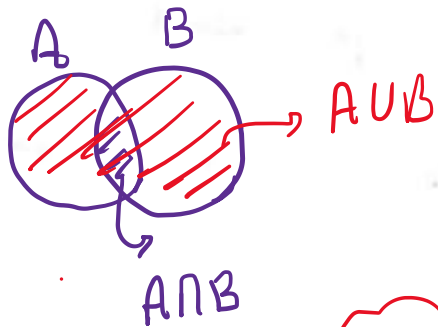
۹۱- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، چه تعداد از عبارتهای زیر  $A = B$  را نتیجه می‌دهد؟

$A - B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B$

$B - A = \emptyset \Rightarrow B \subseteq A \rightarrow A = B$

$A \subseteq B, B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

$n(A) = n(B)$  و معنیهای مساوی را نتیجه می‌دهد  $\Leftrightarrow A = B$



(متوسطا)

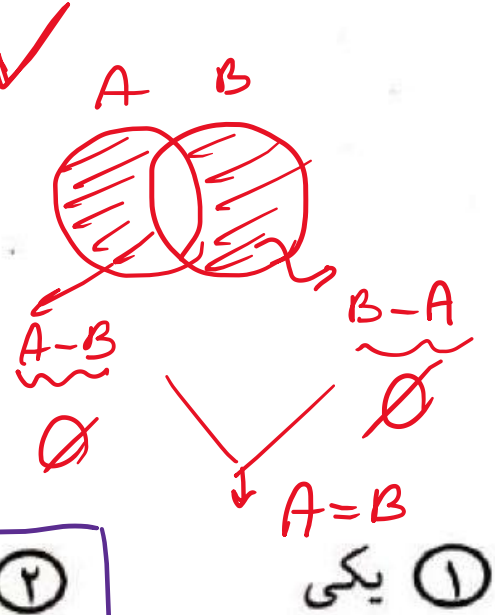
④ چهارتا

$n(A \cup B) = n(A \cap B)$  ✓

$A - B = B - A$  ✓

~~$\emptyset \subseteq A - B$~~  ✗

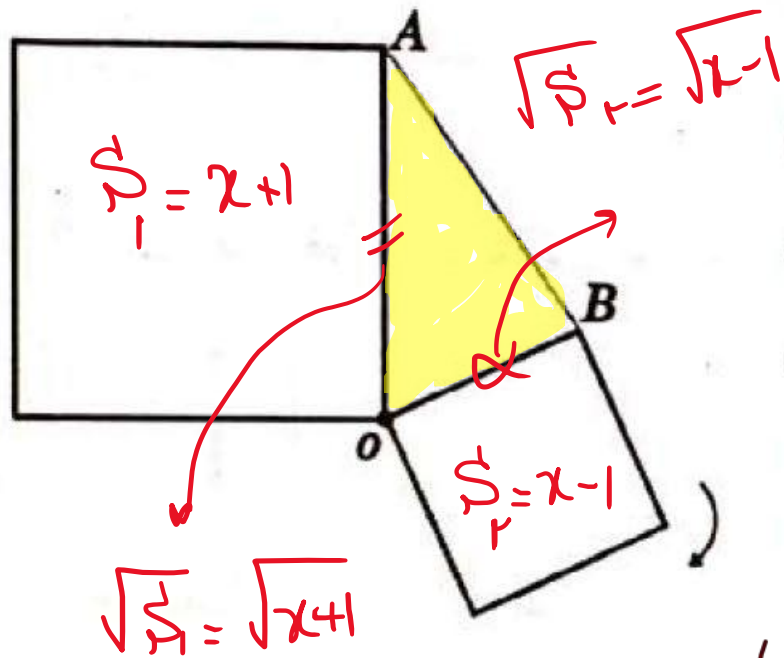
~~$\emptyset \subseteq A - B$~~  ✗



$A \cap B \subseteq A \cup B \xrightarrow{n(A \cap B) = n(A \cup B)} A \cap B = A \cup B$

$A \subseteq B \xrightarrow{n(A) = n(B)} A = B$

$A \cap B = A \cup B \Rightarrow A = B$



۹۲- مانند شکل مقابل، دو مربع به مساحت‌های  $x+1$  و  $x-1$  داریم که در نقطه  $O$  به هم متصل‌اند. می‌خواهیم مربع کوچکتر را حول نقطه  $O$  چنان دوران دهیم که مساحت مثلث  $AOB$  بیشترین مقدار ممکن باشد. در این صورت مساحت مثلث  $AOB$  چقدر است؟

$\sqrt{S} = \sqrt{\text{ضلع مربع}} \rightarrow \text{مساحت مربع} = S$

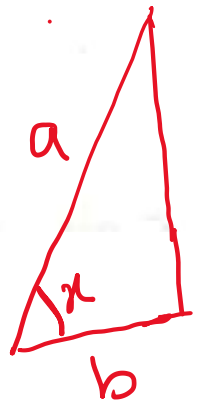
(آسان)

$\frac{x+1}{2}$  (۲)

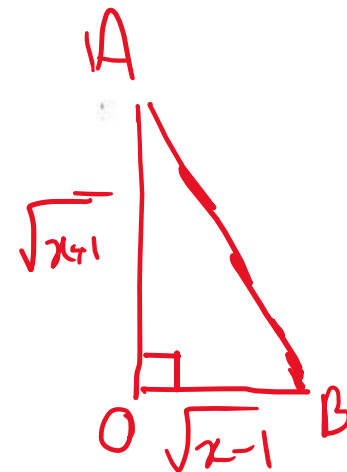
$\frac{x-1}{2}$  (۱)

$\frac{(x-1)(x+1)}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt{x^2-1}}{2}$  (۳)



مساحت مربع با داشتن اضلاع  $a$  و  $b$  زمانی بیشترین مقدار ممکن می‌شود زاویه بین آن‌ها  $90^\circ$  باشد.



$$\begin{aligned} \text{Area } AOB &= \frac{\sqrt{x+1} \times \sqrt{x-1}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{(x+1)(x-1)}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{x^2-1}}{2} \end{aligned}$$

۹۳- دنباله عددی زیر را که توان‌های متوالی ۲ هستند، در نظر بگیرید.

(سف)

اعداد اعشاری  $\xrightarrow{\text{توی}}$

$0,231 \xrightarrow{\text{س}}$   $0,333 \dots \rightarrow 0,3$   $1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$   
 متناوب  $\left\{ \begin{array}{l} 0,333 \dots \rightarrow 0,3 \\ 0,3345345 \dots \Rightarrow 0,345 \end{array} \right.$

چه تعداد از روش‌های زیر یک عدد گویا می‌سازد؟

روش امیرحسین: قرار دادن همه اعداد دنباله (به ترتیب) پشت سر هم، پس از اعشار

$0,1248163264128256512102420484096 \dots$  اعداد اعشاری  $\times$  (سف)

روش کاظم: قرار دادن رقم‌های یکان اعداد دنباله (به ترتیب) پشت سر هم، پس از اعشار

$0,12481624862 \dots \Rightarrow 0,124816$  اعداد اعشاری  $\checkmark$  (توی)

روش رضا: قرار دادن رقم‌های دهگان اعداد دنباله (به ترتیب) پشت سر هم، پس از اعشار

طولانی  $\rightarrow$  (متناوب)  $\rightarrow 0,00001362512 \dots$  اعداد اعشاری  $\checkmark$  (توی)

- ① یک
- ② دو
- ③ سه
- ④ صفر

دهگان

$01 \rightarrow 0$   
 $02 \rightarrow 0$   
 $03 \rightarrow 0$   
 $08 \rightarrow 0$   
 $14 \rightarrow 1$   
 $32 \rightarrow 3$   
 $44 \rightarrow 4$   
 $0,00001362512 \dots$

۹۴- مجموعه زیر را که مجموعه همه نقاط صفحه با مختصات طبیعی است، در نظر

بگیرید.

(آسان)

$$\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mid x, y \in \mathbb{N} \right\}$$

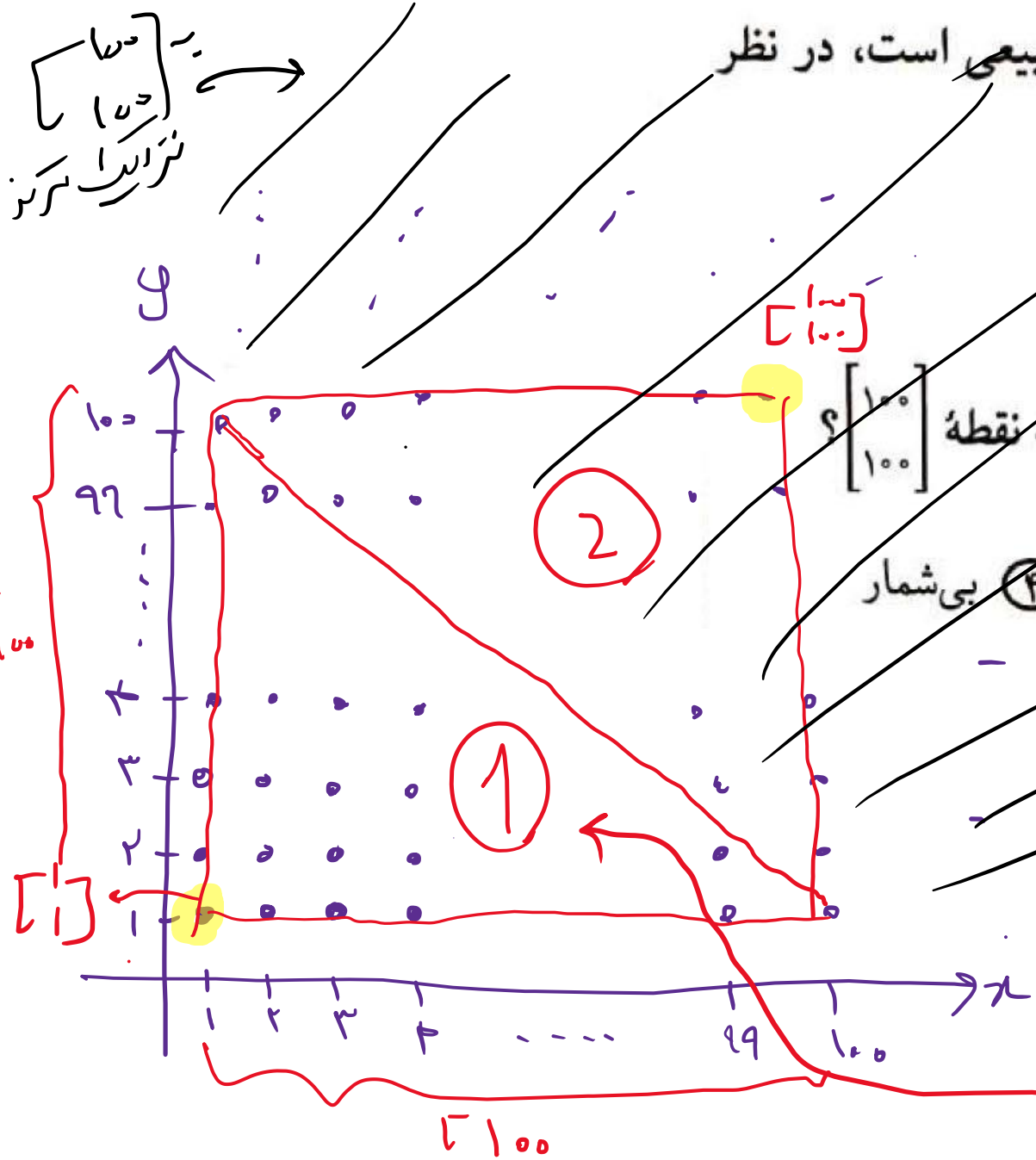
چه تعداد از نقاط این مجموعه به نقطه  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  نزدیکتر هستند تا به نقطه  $\begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix}$  ؟

① ۵۰

② ۲۵۰۰

③ ۴۹۵۰

④ بی شمار



نزدیکترین مرکز

نقطه  $100 \times 100 = 10000$

$10000 - 100 = 9900 \div 2 = 4950$

خط (میان) است

100

۹۵- عدد  $10^{10}$  چند رقم دارد؟

① حدود صد رقم

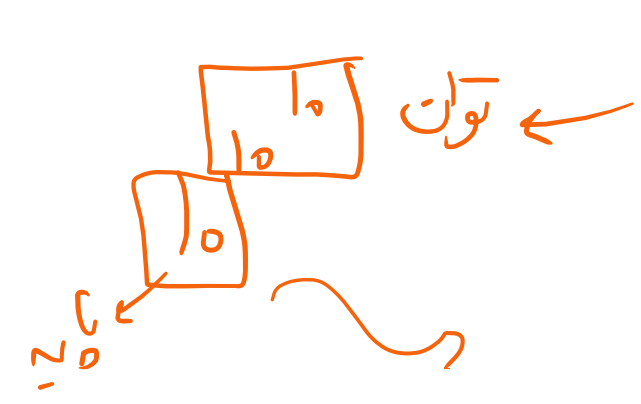
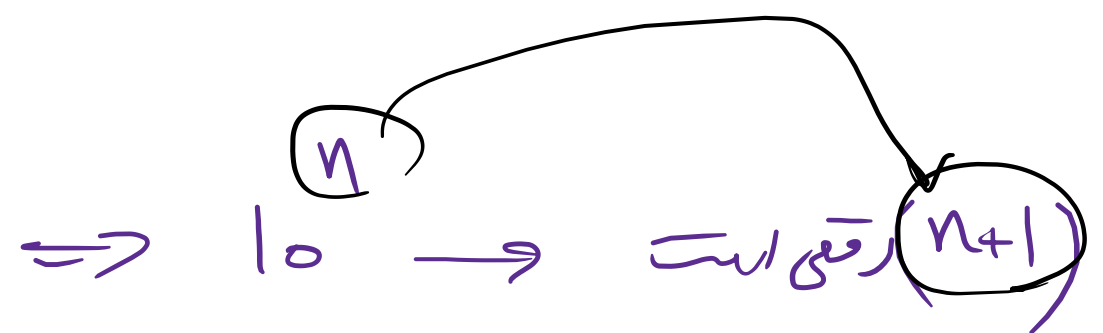
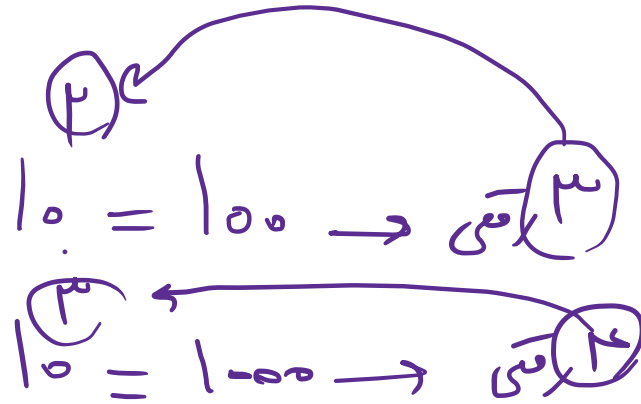
③ حدود یک میلیارد رقم

② حدود هزار رقم

④ حدود ده میلیارد رقم

(آسان)

$10 = 11$  رقم



۱۰ رقمی  $\rightarrow$  (۱۰+۱) رقمی  $\rightarrow$  ۱۱ رقمی

ده میلیارد  $\rightarrow$  ده میلیارد و یک رقم  $\rightarrow$  صد و ده میلیارد رقم

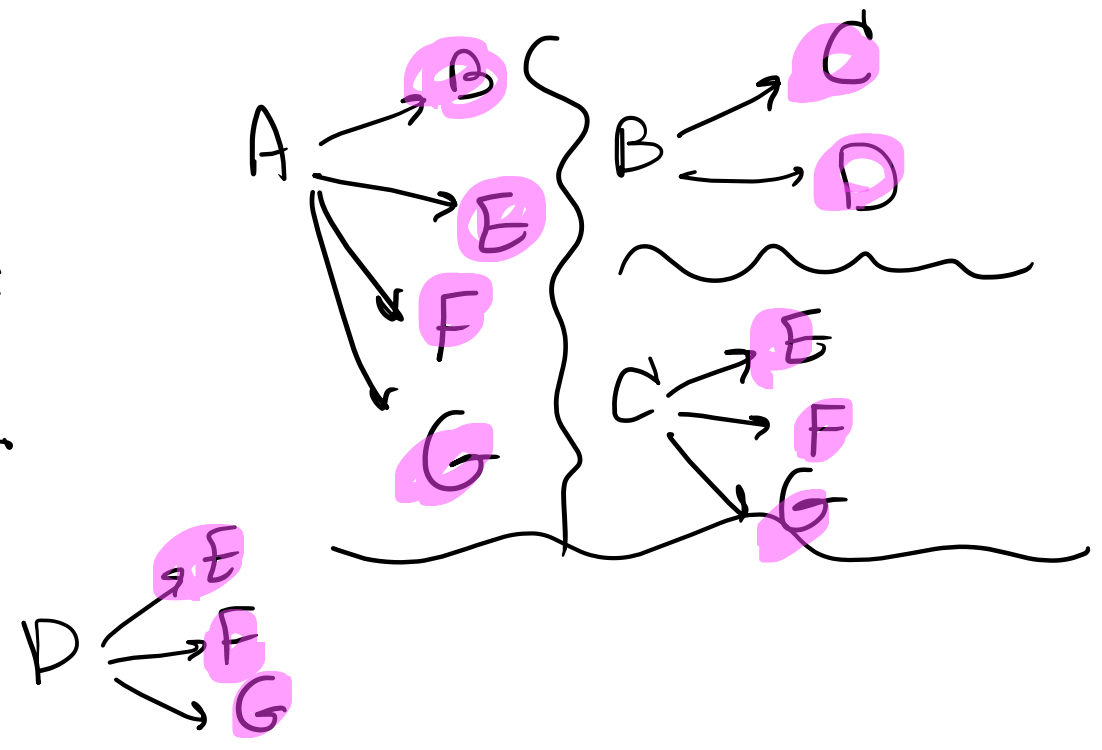
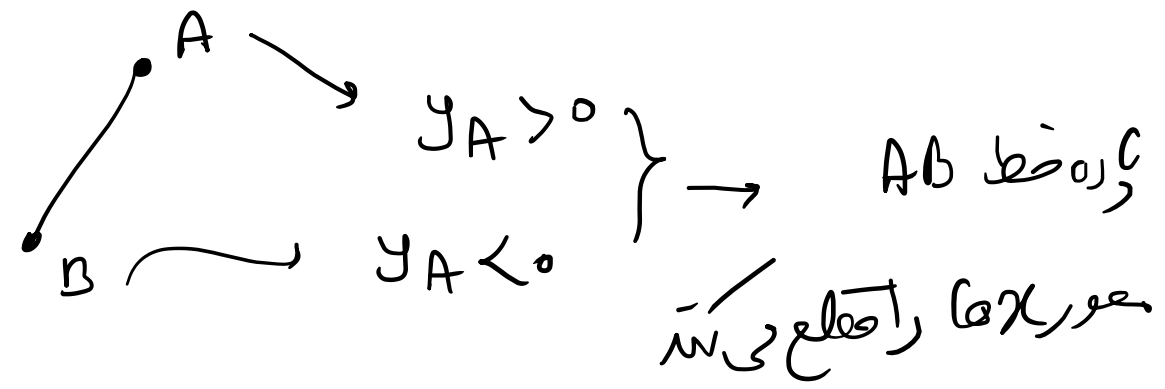
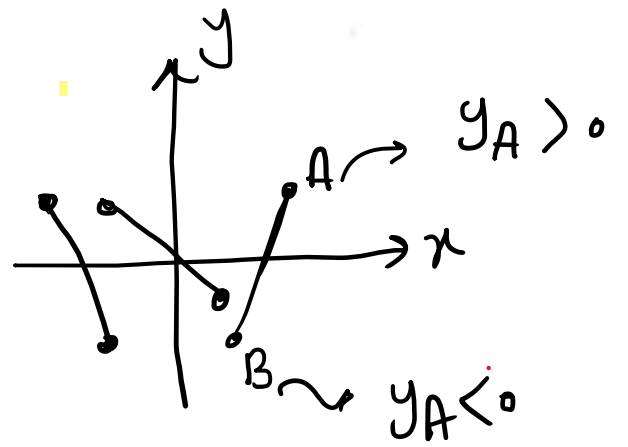
۹۶- همه پاره‌خط‌های ممکن بین نقاط زیر را در نظر بگیرید.

G	F	E	D	C	B	A
$\begin{bmatrix} 12 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ -7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 51 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 31 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 17 \\ 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 31 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

چه تعداد از این پاره‌خط‌ها محور طول‌ها را قطع می‌کند؟

- ۹ (۴)
- ۱۹ (۳)
- ۲۱ (۲)
- ۱۲ (۱)

(متوسط) (ردبه آسان)



۹۷- a و b دو عدد حسابی کمتر از ۱۰ هستند که به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند.

احتمال اینکه  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{a+b}$  باشد، کدام است؟

احوال حسابی کمتر از ۱۰ ✓

a = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

② بیشتر از صفر و کمتر از  $\frac{1}{5}$

(سنت)

① صفر

b = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

④ بیشتر از  $\frac{1}{5}$  بیشتر از  $\frac{2}{5}$

③  $\frac{1}{5}$   $\frac{2}{5}$  → ۱۵ - ۱ = ۱۴  
 (در ۱۰ تباری)

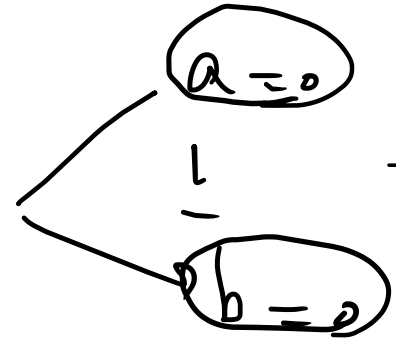
n(S) → کل حالتها است

$\frac{10}{a} \times \frac{10}{b} = 100$

a = 0 →  
 b = 0 →

n(A) → حالتها مطلوب

$\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{a+b}$



n(A) = 14

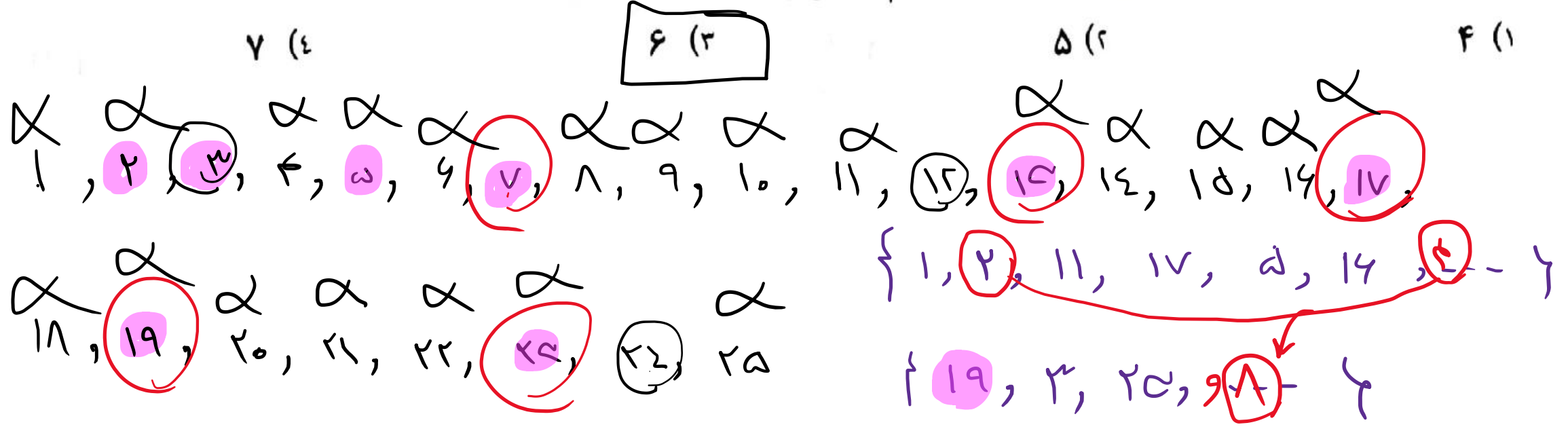
متقینست

زیرا:  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \leq (\sqrt{a+b})^2 \Rightarrow a + 2\sqrt{ab} + b \leq a + b \Rightarrow 2\sqrt{ab} \leq 0$

$\Rightarrow 2ab = 0 \Rightarrow ab = 0$

$P(A) = \frac{14}{100} = 0,14$

۹۸- مریم اعداد ۱ تا ۲۵ را در دو دسته جدا از هم نوشته است. (هر عدد فقط یک بار نوشته شده است) او سپس چند تا از این اعداد را حذف کرد به طوری که حاصل ضرب عددهای هر دسته با دسته دیگر برابر شود. مریم حداقل چند عدد را حذف کرده است؟



حذف ۱۹, ۱۴, ۱۷, ۲۳, ۲۱

باید ضرب هر دو دسته برابر شود

(صنای حسی  
سخت)

دسته اول: ۱۱, ۱۴, ۱۵, ۱۸, ۱۹, ۲۲, ۲۳, ۲۵

دسته دوم: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۲, ۱۳, ۱۶, ۱۷

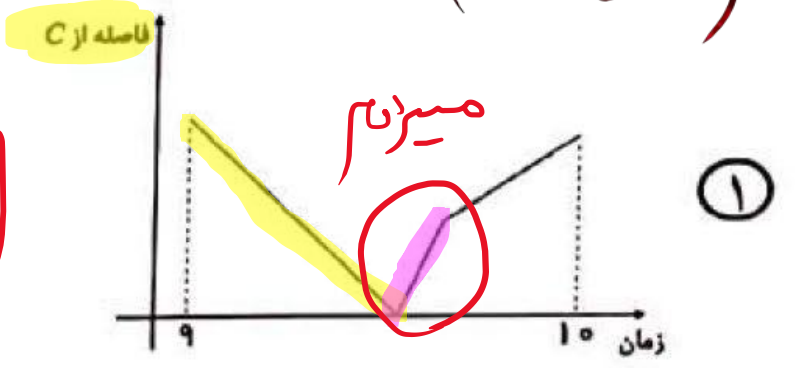
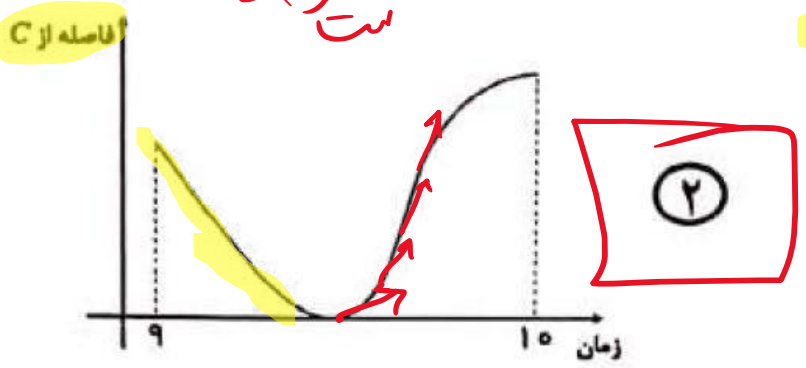
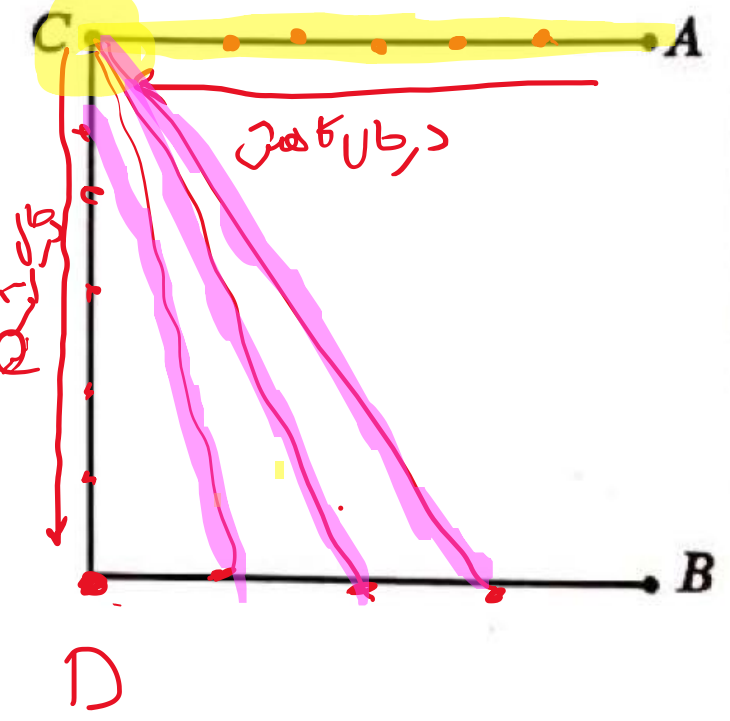


۹۹- رضا از ساعت ۹:۰۰ تا ۱۰:۰۰ روی مسیر شکل مقابل از نقطه A حرکت کرده و

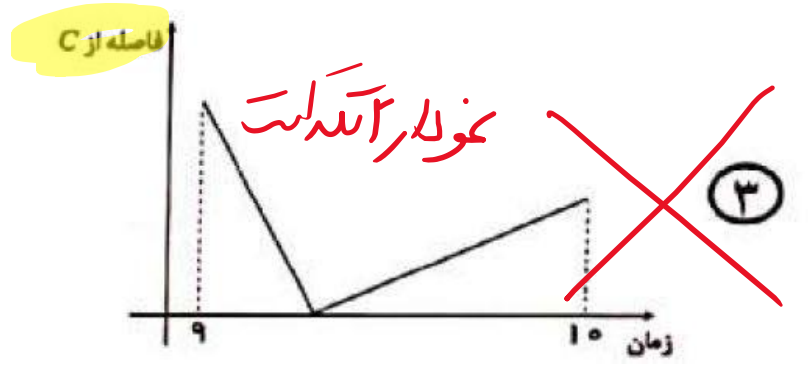
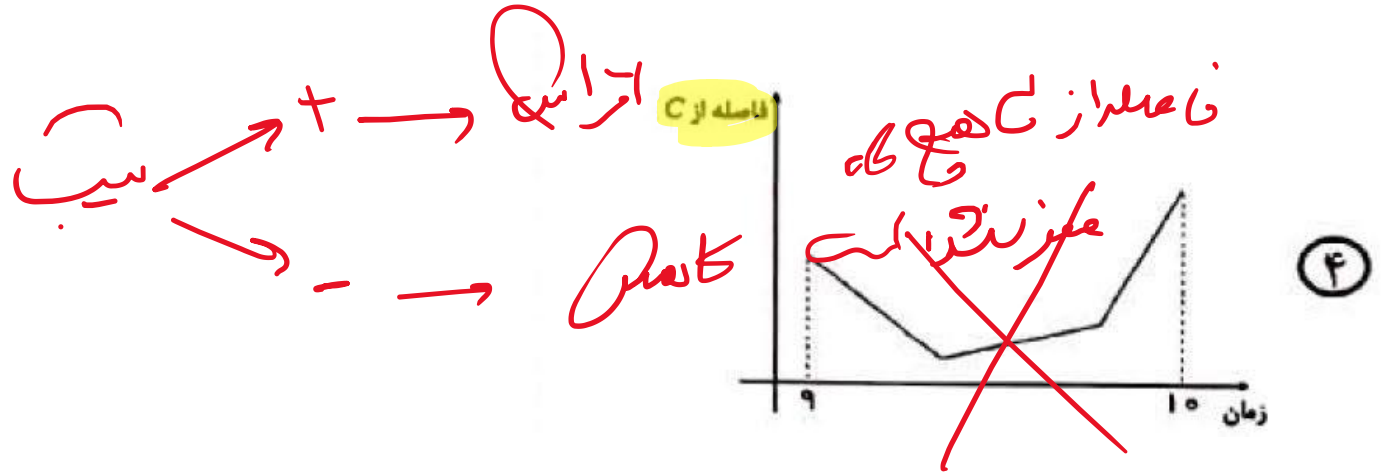
به نقطه B رسیده است. نمودار فاصله او از نقطه C در طول زمان، کدام یک از

گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ **شیب مثبتی** → فاصله در حال کاهش → از A تا C

(متوسط) **شیب مثبت** → فاصله در حال افزایش است → از C به D



**شیب مثبت** → از D به B کم فاصله در حال افزایش

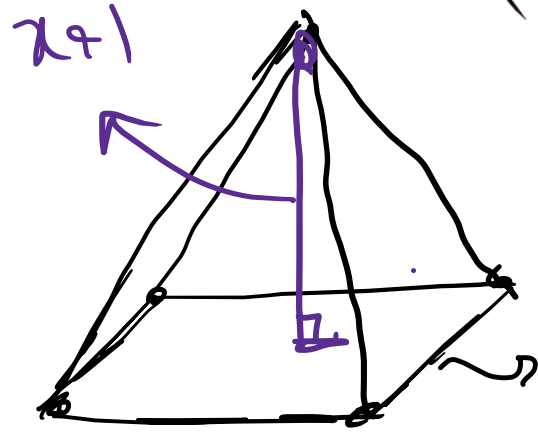


۱۰۰- هرمی را با قاعده مستطیل در نظر بگیرید که اندازه طول و عرض قاعده آن برابر

و ارتفاع وارد بر قاعده آن  $x+1$  باشد. کدام یک از  $\frac{4x^2+16x+12}{x^2+6x+9}$  و  $\frac{x^2+5x+6}{2x^2+6x+4}$

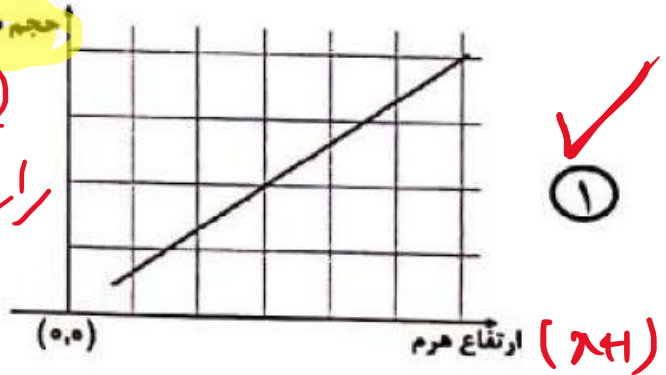
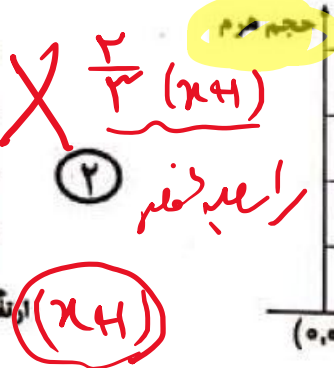
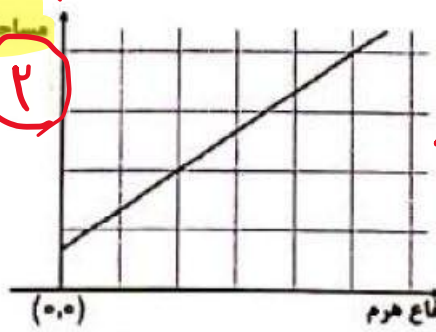
نمودارهای زیر نا درست است؟ (توجه: در هر تصویر، بخشی از نمودار ترسیم شده

(متوسطاً)

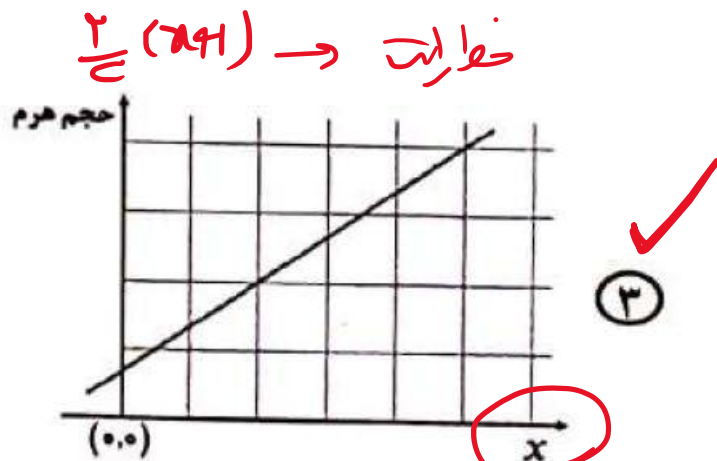
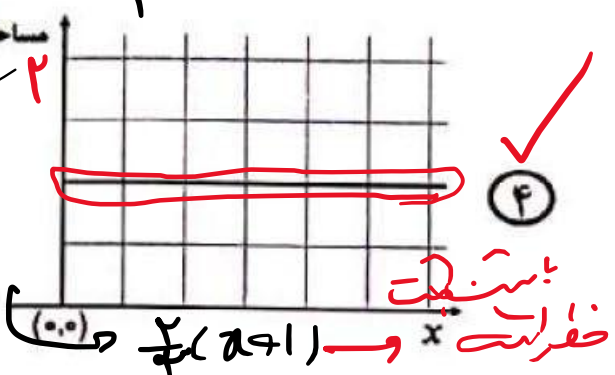


$$\frac{4x^2+16x+12}{x^2+6x+9} = \frac{4(x^2+4x+3)}{(x+3)^2} = \frac{4(x+1)(x+3)}{(x+3)(x+3)} = \frac{4(x+1)}{x+3}$$

$$\frac{x^2+5x+6}{2x^2+6x+4} = \frac{(x+2)(x+3)}{2(x^2+3x+2)} = \frac{x+3}{2(x+1)}$$



مساحت قاعده = عرض  $\times$  طول =  $\frac{x+3}{2} \times \frac{4(x+1)}{x+3} = \frac{4}{2} = 2$



$V_{هرم} = \frac{1}{3} \times \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{3} \times 2 \times (x+1)$

بستگی  
ظرفیت  $x \rightarrow \frac{2}{3}(x+1)$