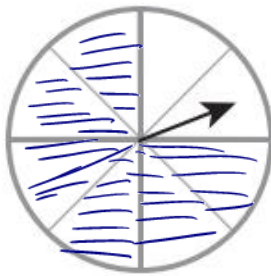




1- چرخنده زیر را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید برابر $\frac{1}{4}$ و روی رنگ

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

مشکی برابر $\frac{3}{4}$ باشد.



$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \text{ رنگ مشکی}$$

عدرا
↑

2- الف: انتظار دارید در 600 بار پرتاب تاس، تقریباً چند بار بیاید؟

$$\frac{1}{6} \rightarrow \text{احتمال دین عدد ۱}$$

$$600 \times \frac{1}{6} = 100 \rightarrow \text{حالا در ۶۰۰ بار}$$

{ ۲, ۴, ۶ }

ب: انتظار دارید در 600 بار پرتاب تاس چند بار عدد زوج بیاید؟

← نصف

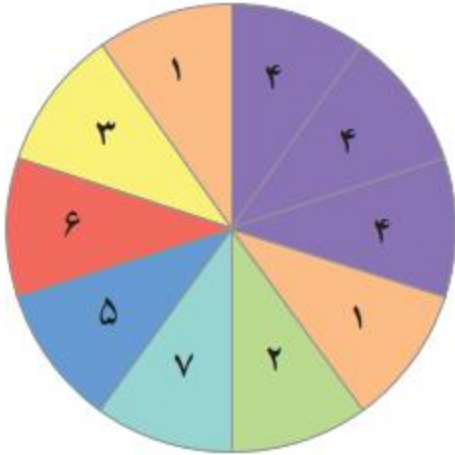
$$\frac{3}{6} \Rightarrow \frac{100}{200} \times \frac{3}{2} = 150$$

دین عدد زوج



3- الف: عقربه چرخنده روبرو را می چرخانیم، احتمال ایستادن عقربه روی کدام رنگ بیشتر است؟

چرا؟
روی رنگ بنفش یا عدد 4
چون احتمال آن $\frac{3}{10}$ می باشد



ب: اگر 1000 بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه چند بار روی عدد 1 قرار بگیرد؟

$$\frac{2}{10} \times 1000 = 200$$

ج) احتمال این که عقربه روی عدد 1 نیاید
 $1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$ احتمال مورد نظر

4- با قرار دادن علامت $>$ یا $=$ یا $<$ احتمال وقوع اتفاق ها را با هم مقایسه کنید.
تاس 1 یا 2 بیاید \leftarrow آدا $\frac{2}{6}$ احتمال
تاس 3 بیاید \leftarrow 3 $\frac{1}{6}$ احتمال

تاس عددی کمتر از 4 بیاید تاس 4 یا 5 بیاید.

تاس عددی فرد بیاید تاس عددی زوج بیاید.

تاس عددی زوج یا اول بیاید \leftarrow $\{2, 4, 6\}$ $\frac{5}{6}$
تاس عددی فرد بیاید \leftarrow $\{3, 5\}$ $\frac{3}{6}$

تاس عددی کمتر از 7 بیاید تاس عددی زوج یا عددی اول بیاید.

5- احتمال رخ دادن هر اتفاق را با قرار دادن یک نقطه روی پاره خط مقابل آن مشخص کنید.



$$\frac{3}{6} \leftarrow \{1, 2, 3\}$$

تاس می اندازیم عددی کوچکتر از 4 می آید.



$$\frac{2}{6} \leftarrow \{3, 6\}$$

تاس می اندازیم عددی بخش پذیر بر 3 می آید.



تاس می اندازیم عددی اول می آید.

6- برای هر یک از موارد زیر یک مثال بزنید.

الف: اتفاقی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد.

تاس می اندازیم عدد ۸ ظاهر شود.

بلای قاره هم در تقویم بعد از شنبه رویش می بارد.

ب: اتفاقی که احتمال رخ دادن آن $\frac{1}{2}$ باشد.

تاس می اندازیم عدد فرد ظاهر شود.

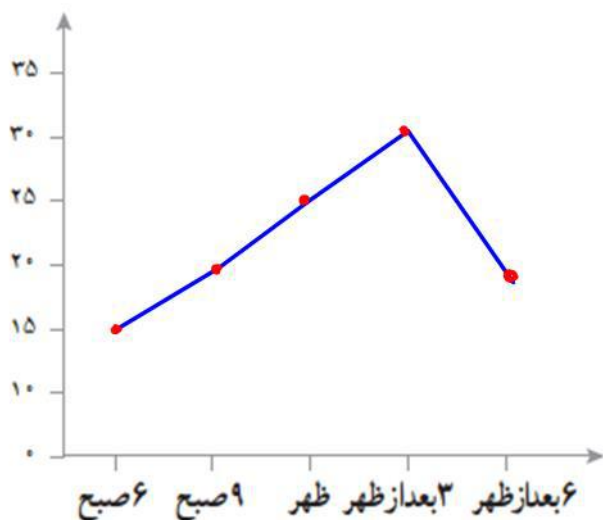
عدد تصادفی از ۱ تا ۲ ظاهر شود.

7- برای هر عبارت گزینه مناسب را انتخاب کنید.

حتمی است ممکن است اما حتمی نیست غیر ممکن است



8- با توجه به نمودار جدول داده ها را کامل کنید.



زمان	6 صبح	9 صبح	ظهر	3 بعدازظهر	6 بعدازظهر
درجه حرارت	15	20	25	30	20

تغییر دما بین کدام ساعت ها بیشتر بوده است؟ از 3 بعدازظهر الی 6 بعدازظهر

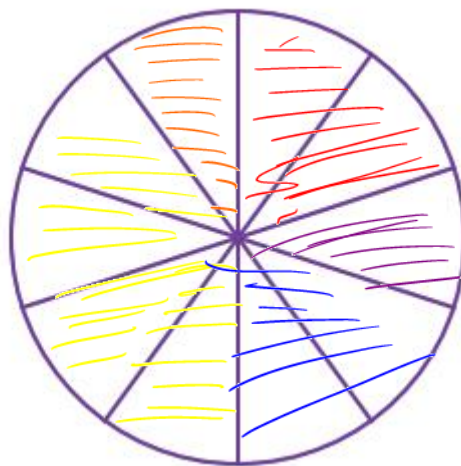
میانگین درجه حرارت از 6 صبح تا 6 عصر چقدر است؟

$$\frac{110}{5} = 22 = \text{میانگین}$$

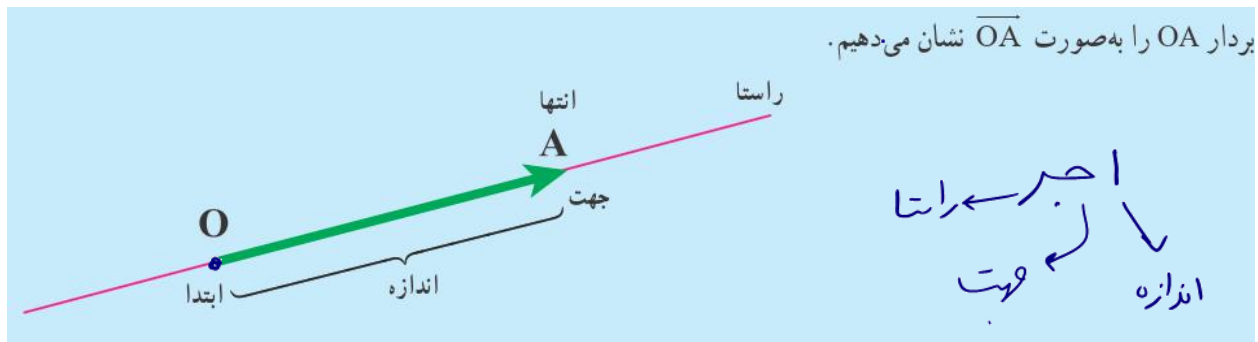
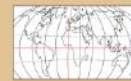
9- در مدرسه راهنمایی دکتر حسابی تعداد کتاب هایی که دانش آموزان امانت گرفته اند بررسی شده و آمار و اطلاعات زیر بدست آمده است. جدول داده ها را کامل کنید. با توجه به کسرهای با مخرج 10، نمودار دایره ای را کامل کنید.

نوع کتاب	مذهبی	علمی	داستانی	کمک درسی	سایر موارد
تعداد	395	205	815	400	185
درصد تقریبی	$\frac{395}{2000} = 0.2$ → 20%	10%	40%	20%	10%
کسر تقریبی با مخرج 10	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

تعداد کل 2000



با توجه به نمودار دایره ای دانش آموزان این مدرسه بیشتر به چه نوع کتابی علاقه دارند؟ داستانی

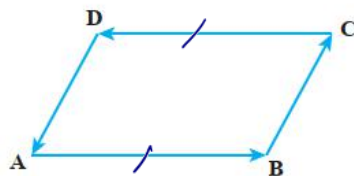


نکته: دو بردار وقتی برابرند که هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند.

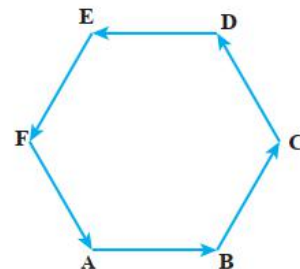
نکته: دو بردار وقتی قرینه یکدیگرند که هم راستا و هم اندازه باشند ولی جهت هایشان عکس یکدیگر باشند.

10- با توجه به شکل های زیر (6 ضلعی منتظم و متوازی الاضلاع) بردارهای قرینه را نام ببرید.

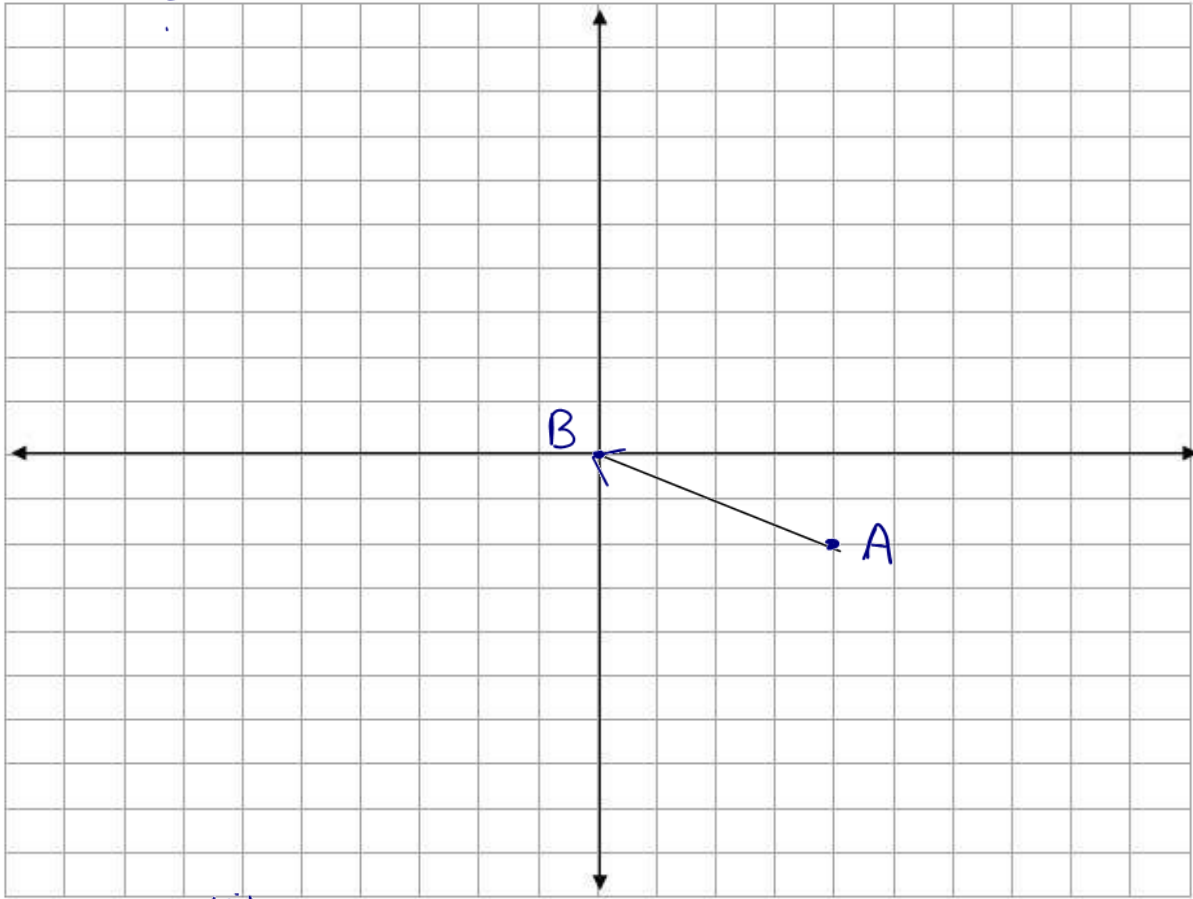
هستند
در متوازی الاضلاع ضلع های روبرو موازی و مساوی



$\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AB}$
قرینه
 $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}$



11- بردار $\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$ را در محور مختصات زیر طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد.
 مختصات بردار $\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-4 \\ -2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$



انتهای بردار \rightarrow مختصات بردار ابتدای بردار

انتهای بردار = مختصات بردار + ابتدای بردار

فرمول جمع مختصاتی بردار \leftarrow

مختصات نقطه انتهایی آن را بنویسید.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

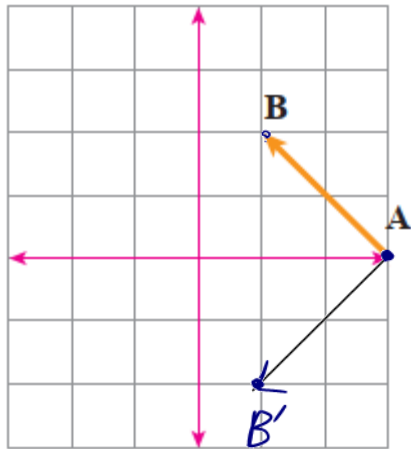
$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

12- ابتدا مختصات بردار AB را تعیین کنید .

قرینه بردار AB را نسبت به محور طول ها رسم کنید و مختصات آن را بنویسید.

$$AB' = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

نکته) قرینه بردار $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نسبت به محور طول ها $\begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$



محور عرض ها

قرینه بردار AB را نسبت به محور عرض ها رسم کنید و مختصات آن را بنویسید.

$$A'B' = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض ها}} \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$$



قرینه بردار AB را نسبت به مبدا رسم کنید و مختصات آن را بنویسید.

$$A'B' = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدا}} \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$$

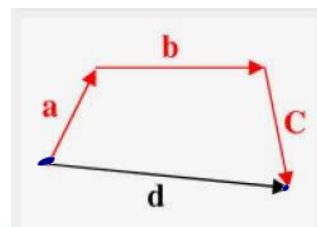
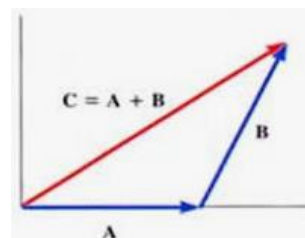
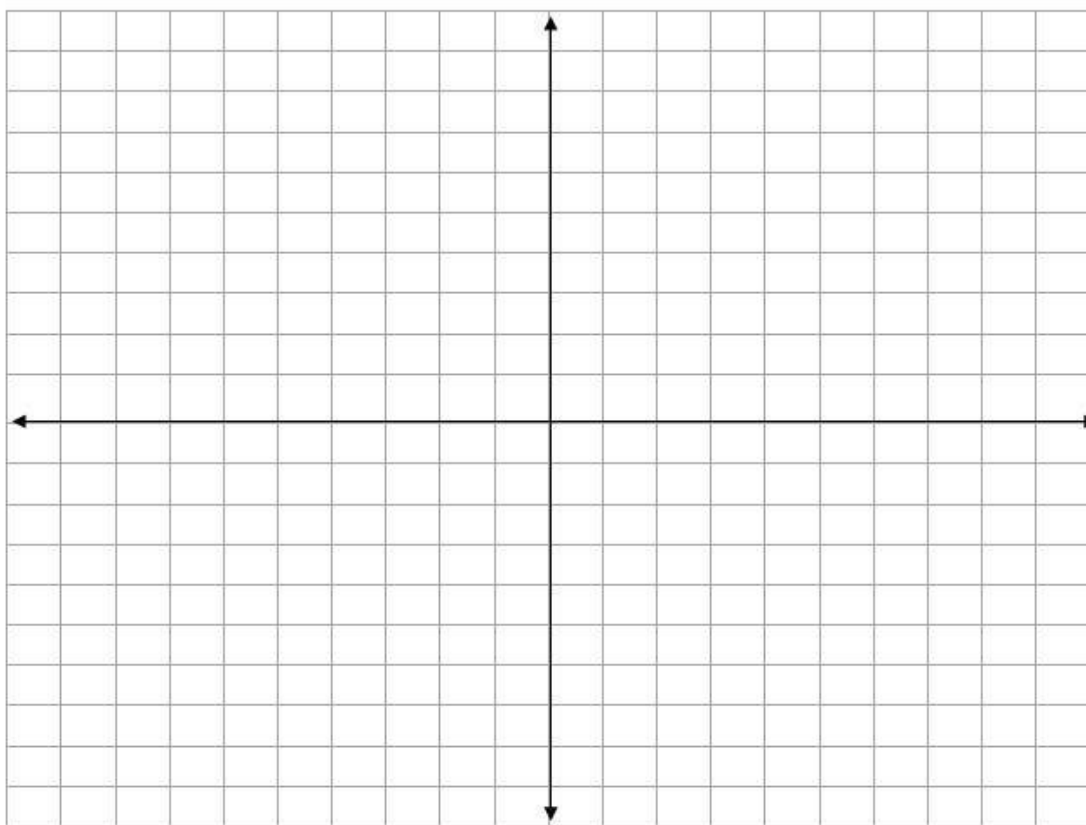
نکته) قرینه نقطه $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ نسبت به نقطه $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ $\leftarrow \begin{bmatrix} 2x_2 - x_1 \\ 2y_2 - y_1 \end{bmatrix}$

نکته) قرینه نقطه $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ نسبت به مبدا $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\leftarrow \begin{bmatrix} -x_1 \\ -y_1 \end{bmatrix}$

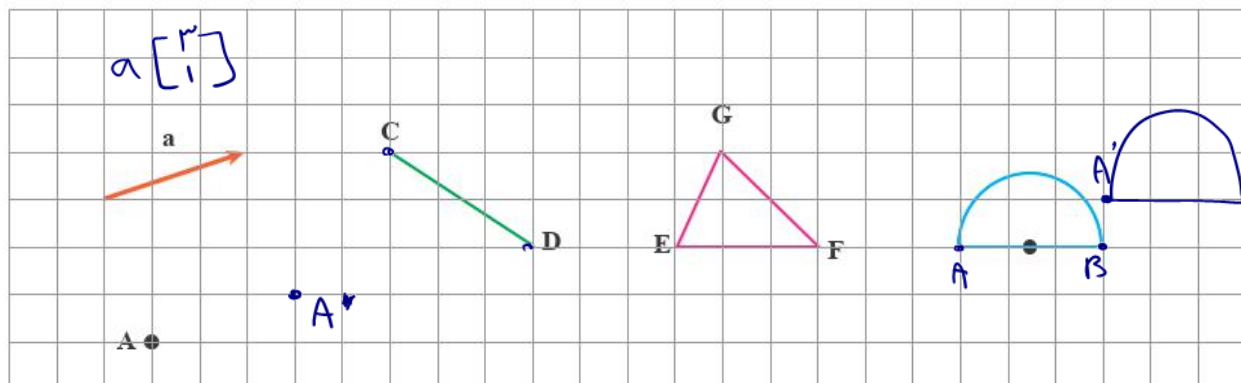


13- از نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$ با بردار $AB = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و سپس با بردار $BC = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ حرکت کردیم تا به

نقطه C برسیم. با چه برداری می توانستیم از A به C حرکت کنیم؟



14- هر یک از شکل های زیر را با بردار a منتقل کنید. (هم راستا، هم جهت و هم اندازه حرکت کنید.)



نکته: با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می توان یک جمع متناظر برای بردار نوشت. به کمک این جمع و با معلوم بودن دو مختصات می توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد.

دو بردار وقتی مساوی هستند که مولفه های اول آن ها با هم و مولفه های دوم آن ها با هم برابر باشد.

انتقال
مختصات بردار
استدای بردار

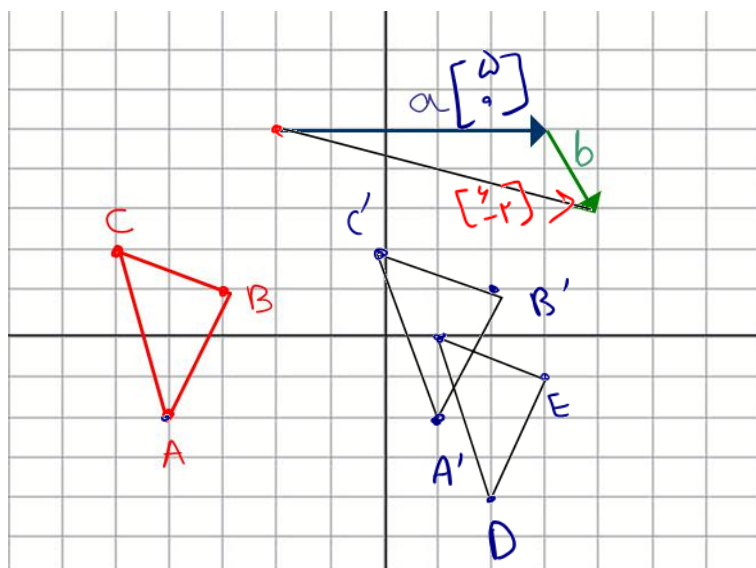
15- مختصات مورد نظر را پیدا کنید.

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -6 \end{bmatrix}$$



16- نقاط C, B, A را با بردار a انتقال دهید و آن را C', B', A' بنامید.



$$A = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

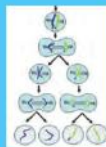
$$A' = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با F, E, D نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$

با چه برداری نقاط C, B, A مستقیماً به F, E, D نقاط منتقل می شوند؟



توان و جذر

فصل ۷

POWER

محاسبه توان

نکته :

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$$

$$(-1)^{2k} = 1$$

عدد زوج

$$(-1)^{2k+1} = -1$$

عدد فرد

را صد زحمت است :

$$11^2 = 121$$

۳ رقمی

$$11^3 = 121 \times 11 = 1331$$

۴ رقمی

17- عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

← ۱۳ رقمی

10^0	=	1
10^1	=	10
10^2	=	100
10^3	=	1000
10^6	=	1000 000
10^9	=	1000 000 000



18- کدام درست و کدام نادرست است؟ علت نادرستی را توضیح دهید؟

$$(5-8)^0 = 5^0 - 8^0$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^0 > (-10)^{999}$$

$$2 + 3 + 4 = 0$$

عدم منفی $1 >$

19- حاصل عبارت ها را به ازای عددهای داده شده بدست آورید.

$$a^3 - 2b^2a + (-a)^5 =$$

$$a = -2, b = -1$$

جایگذاری $\rightarrow (-2)^3 - 2(-1)^2(-2) + (2)^5$

ساده سازی $\rightarrow -8 + 4 + 32 = 28$

20- عبارت های تواندار زیر را ساده کنید.

$$(2^4 \times 3^2 \times 5^3) \times (2^2 \times 3 \times 5^4) = 2^6 \times 3^3 \times 5^7$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$[(-2)^3 + (-3)^2 - 1] \times (12)^{143} =$$

$$[-8 + 9 - 1] \times 12^{143} = 0$$

21- اگر $3^{10} = 59049$ باشد حاصل 3^{11} را بدست آورید.

$$3^{11} = 3 \times 3^{10} = 3 \times 59049$$

22- عبارت های زیر را ساده کنید.

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$(-2)^5 \times (3)^5 = (-6)^5$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^7 \times \left(\frac{9}{2}\right)^7 =$$

$$(0.25)^{10} \times \frac{1}{4^3} = (0.25)^{13}$$

$\left(\frac{1}{4}\right)^3 = (0.25)^3$

23- مساله هایی طرح کنید که پاسخ آنها:

الف: 2^3

ب: 3×4

ج: 5^2

باشد.

24- در جای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$\underbrace{(-999)^0}_1 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(\frac{2}{3}\right)^7$$

* 25- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن به سوال ها پاسخ دهید.

4^0	4^1	4^2	4^3	4^4	4^5	4^6	4^7	4^8
1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536

حاصل عبارت 4096×65536 را به صورت تواندار بنویسید.

$$4^6 \times 4^8 = 4^{14}$$

(*) ← تعداد رقم های 4^{13} را پیش بینی کنید. فکر می کنید 4^{21} چند رقمی می شود؟

نکته: ریشه های دوم عدد a را با \sqrt{a} و $-\sqrt{a}$ نمایش می دهیم.



نکته: به \sqrt{a} ریشه دوم مثبت یا رادیکال گفته می شود.

$$\sqrt{324}, -\sqrt{324}$$

$$\downarrow$$

$$18, -18$$

26- ریشه های دوم عدد 324 را بیابید.

$$\sqrt{484} = 22$$

27- ریشه دوم مثبت عدد 484 را بیابید.

28- مقدار دقیق جذر زیر را بیابید.

$$\sqrt{\frac{169}{196}} \times \frac{2800}{\sqrt{10000}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{196}} \times \frac{28 \times 100}{100} = 26$$

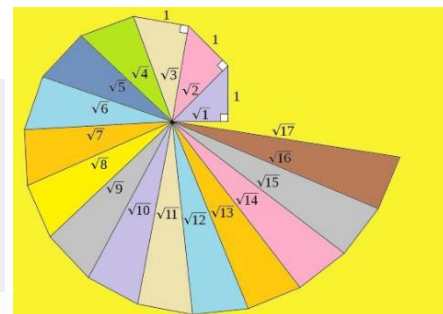
$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$\sqrt{169} = 13$
 $\sqrt{196} = 14$

$a > 1$

$a < a^2 < a^3 < a^4 < \dots < a^n < \dots$

$a > \sqrt[2]{a} > \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a} > \dots > \sqrt[n]{a} > \dots$



29- مقدار تقریبی جذر های زیر را تا یک رقم اعشار بیابید.

SQRT

جذر اعداد

$$\sqrt{12}$$

$$\sqrt{28}$$



جذر تقریبی

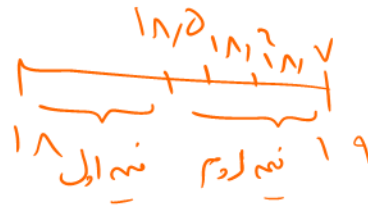
$$\sqrt{78}$$

$$\sqrt{348} = 18,7$$

$$324 < 348 < 361$$

$$\rightarrow 18 < \sqrt{348} < 19$$

$(18,7)^2 = 345,69$ $(18,7)^2 = 345,69$
--



$$\sqrt{500}$$

$$22^2 = 484 < 500 < 25^2 = 625$$

$$22 < \sqrt{500} < 25 \rightarrow \sqrt{500} = 22,3$$

$$\sqrt{1000}$$

$$< 1000 <$$



سطح و حجم

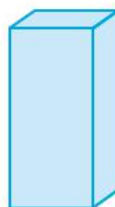
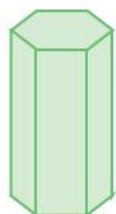
فصل ۶

حجم ها را می توان به دو دسته هندسی و غیر هندسی تقسیم کرد. حجم های هندسی شکل های مشخص و تعریف شده دارند. حجم های هندسی را می توان به سه دسته اصلی تقسیم کرد: منشوری - کروی - هرمی. برخی از حجم های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع اند.

منشوری
کروی
هرمی



حجم های کروی



حجم های منشوری



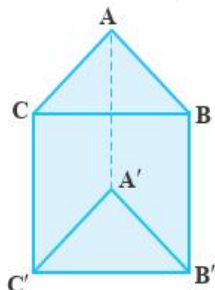
حجم های هرمی

حجم های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می گیرند.

به این دو سطح موازی که سطح منشوری را قطع می کنند، قاعده و به سطح های اطراف آن وجه های جانبی

می گویند. به محل برخورد سطح ها یال و به نقطه برخورد هر سه سطح رأس می گویند.

۱- در هر یک از منشورهای زیر مشخص کنید چند وجه جانبی دارد؛ یال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.



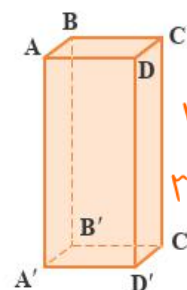
منشور سه پهلو

تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :



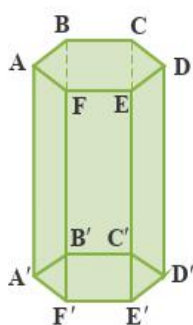
منشور چهار پهلو

تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها : $2n \leftarrow 8$

یال‌ها : $3n \leftarrow 12$

قاعده‌ها : 2

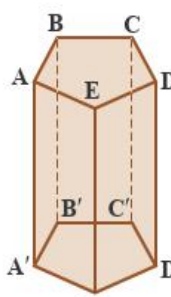


تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :



تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

نکته: فرمول محاسبه حجم منشوری :

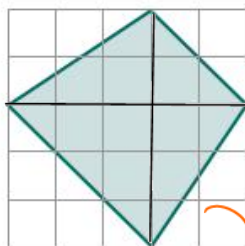
$$V = s.h$$

30- اگر هر یک از اشکال رنگی زیر قاعده منشوری به ارتفاع 8 سانتی متر باشد، حجم هر کدام را

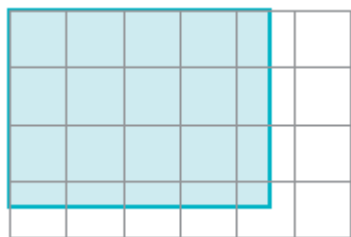
$$S = \frac{5 \times 5}{2} = \frac{25}{2}$$

بدست آورید.

$$V = \frac{25}{2} \times 8 = 100$$

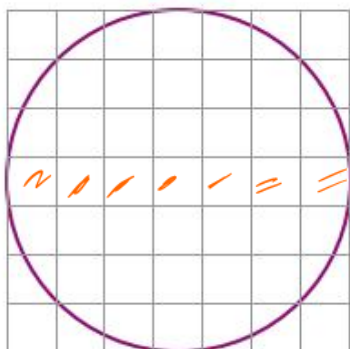


کاتب



$$\left. \begin{aligned} a &= 4 \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \\ b &= 3 \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow S = \frac{9}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{63}{2}$$

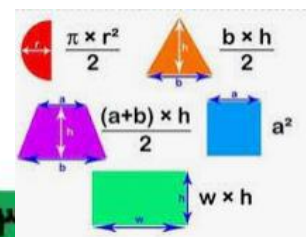
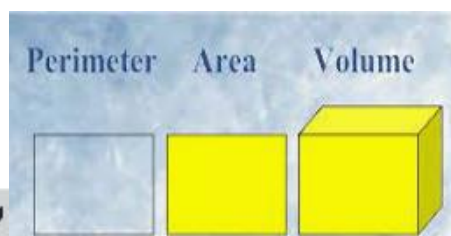
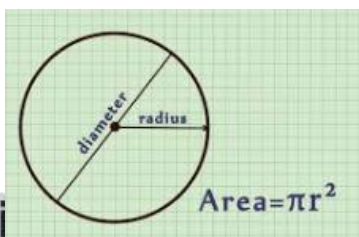
$$V = S \cdot h = \frac{63}{2} \times 4 = 126$$



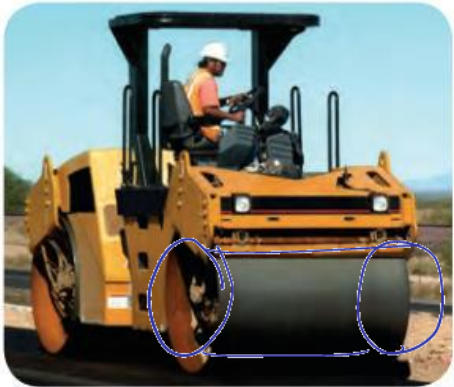
$$r = \frac{4}{2}$$

$$S = \pi R^2 = \pi \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \frac{16}{1} \pi$$

$$V = S h = \frac{16\pi}{1} \times 8 = 128\pi$$



- 31- یک غلتک روی زمین آسفالت باید 4 بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر شعاع غلتک 50 سانتی متر و ارتفاع استوانه آن 1 متر باشد برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به طول 20 و عرض 4 متر این غلتک باید به طور تقریبی چند بار بچرخد؟ ($n=3$)



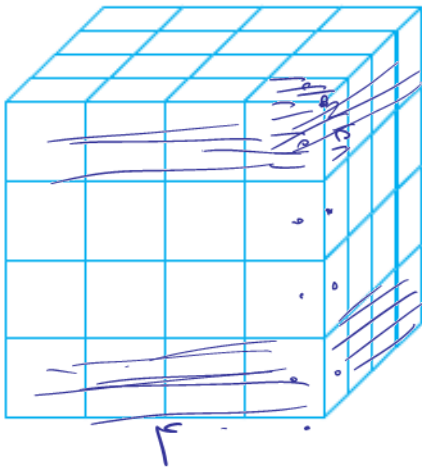
$$S = 2 \times 4 = 8$$

$$S = 8 \times 4 = 32$$

$$S = (2\pi R) \times h = \left(2 \times 3 \times \frac{1}{4}\right) \times 1$$

$$\text{تعداد چرخش} = \frac{32}{3} = 10,66 = 3$$

- 32- با مکعب های به ضلع یک واحد حجم مقابل را ساخته ایم .



الف) اگر تمام سطح های این حجم را رنگ کنیم چند مکعب رنگ نمی شود؟
($4-2$ برداری)

$$= 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$\text{تعداد مکعب} = 4^3 = 64$$

ب) چند مکعب رنگ می شود؟

$$64 - 8 = 56$$

ج) چند مکعب دو وجهشان رنگ می شود؟

$$2 \times 2 \times 2 = 12 \times 2 = 24$$

د) چند مکعب سه وجهشان رنگ می شود؟

$$1 \times 1 \times 1 = 1$$

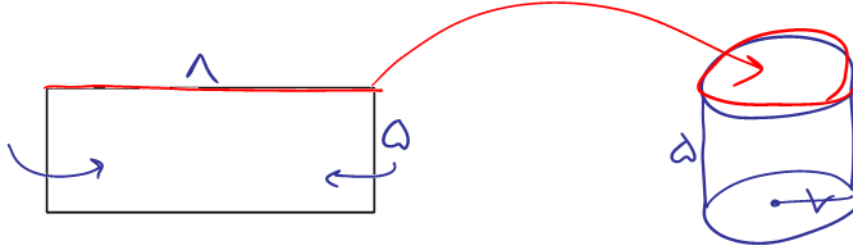
$$12 \times 2 = 24$$

سوال) اگر ضلع مکعب 5 بود؟
الف) $(5-2)(5-2)(5-2)$
ب) $3 \times 3 \times 3 = 27$

33- یک مقوا به طول و عرض 5×8 سانتی متر را به شکل استوانه به ارتفاع 5 سانتی متر درآورده

ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد 10×4 سانتی متر را به شکل استوانه به ارتفاع 4 سانتی متر در

آورده ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟ $(\pi=3)$

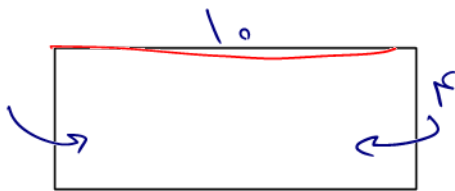


$$2\pi r = 8$$

$$r = \frac{8}{2} = \frac{4}{1}$$

$$V = s \cdot h = (\pi r^2) h = 3 \times \frac{16}{1} \times 5$$

$$= 240$$

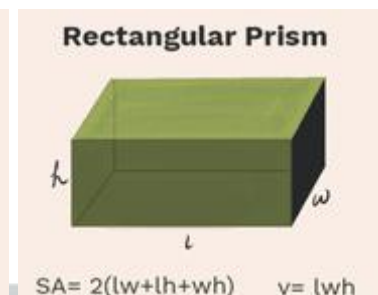
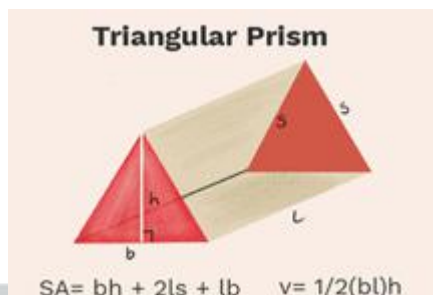


$$2\pi r = 10$$

$$r = \frac{10}{2} = \frac{5}{1}$$

$$V = (\pi r^2) h = \frac{1}{2} \times \frac{25}{1} \times 4$$

$$= 50$$



34- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم 40 سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف کوچک شده و به ابعاد $3\frac{1}{2}$, 4 , $2\frac{1}{2}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟

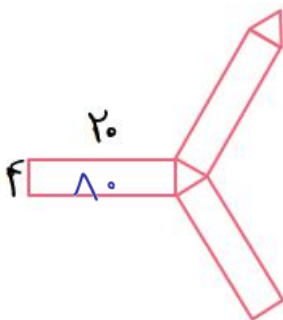
چند درصد باقی مانده است؟

$$V_1 = 40$$

$$V_2 = \frac{5}{2} \times 4 \times \frac{5}{2} = 50 \text{ (cm}^3\text{)} \rightarrow 125\%$$

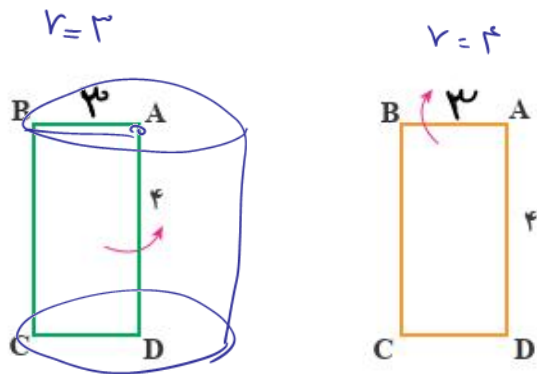
$$\text{حجم مصرف} = 50 \text{ (cm}^3\text{)} \rightarrow \frac{5}{4} \times 100\% = 125\%$$

35- شکل مقابل گسترده یک منشور را نشان می دهد. مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.



$$S = 3 \times 18 = 54$$

36- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را حساب کنید.



سوال) نسبت حجم در حالت دوم به حالت اول را بیابید.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{48\pi}{36\pi} = \frac{4}{3}$$

سوال) نسبت مساحت جانبی در حالت اول به دوم؟

$$V_1 = S \cdot h = \pi r^2 h = \pi \times 9 \times 4 = 36\pi$$

$$V_2 = S \cdot h = \pi r^2 h = \pi \times 4^2 \times 3 = 48\pi$$

$$\frac{S_1}{S_2} = 1$$

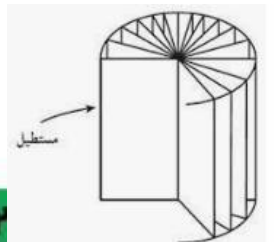
$$S_1 = 2\pi r h = 2 \times \pi \times 3 \times 4 = 24\pi$$

$$S_2 = 2\pi r h = 2 \times \pi \times 4 \times 3 = 24\pi$$

سوال) کم.م. نسبت مساحت کل در حالت اول به دوم؟

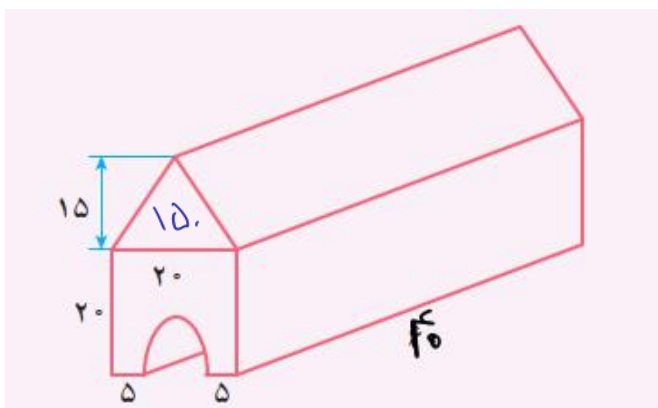
$$\frac{S_2'}{S_1} = \frac{S_{\text{جانبی}} + 2\pi R^2}{S_1 + 2\pi R^2} = \frac{24\pi + 18\pi}{24\pi + 36\pi} = \frac{42\pi}{60\pi} = \frac{7}{10}$$

$$[3, 4] = 12 \quad \leftarrow$$



37- حجم شکل مقابل را بدست آورید. ($\pi = 3$)

حجم بالایی $V = S \cdot h = 150 \times 40 = 6000$



مساحت مربع $S = 400$
 مساحت دایره $S = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{3 \times 100}{2} = 150$

مساحت کل $S = 400 - 150 = 250$

حجم بالایی $V = S \cdot h = 250 \times 40 = 10000$

حجم کل $V = \text{حجم بالایی} + \text{حجم پایینی} = 6000 + 10000 = 16000$

* سوال مساحت جانبی؟
 سوال مساحت کل؟

نکته : برای یافتن بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ، ابتدا هر هر عدد را به عامل های اول تجزیه می کنیم. سپس عامل های مشترک با توان کمتر را در هم ضرب می کنیم تا بزرگترین شمارنده مشترک حاصل شود.

38- بزرگترین شمارنده مشترک جفت عددهای زیر را بیابید.

$$A = 2^3 \times 3^4 \times 5 \quad , \quad B = 2^2 \times 3^5 \times 5^2$$

$$GCD = 2^2 \times 3^4 \times 5 = 1720$$



$$(200, 60) = 20$$

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$(945, 720) = 3^2 \times 5 = 45$$

$$945 = 3^3 \times 5 \times 7$$

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

نکته: برای یافتن کوچکترین مضرب مشترک دو عدد (ک.م.م)، ابتدا هر کدام از اعداد را به عامل های اول تجزیه می کنیم ، سپس عامل های مشترک با توان بیشتر را در عامل های غیر مشترک ضرب می کنیم.

39- ک.م.م اعداد زیر را بدست آورید.

$$A = 2^5 \times 3^4 \times 5^2, \quad B = 2^3 \times 5^4 \times 7$$

$$[A, B] = 2^5 \times 5^4 \times 3^4 \times 7 =$$

$$[3000, 4200] =$$

$$[96, 144] =$$

40- حاصلجمع زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{72} + \frac{1}{30} = \frac{8+12}{360} = \frac{20}{360}$$

1- گزینه صحیح را در هر سوال مشخص کنید. (0.75)

$$3 \times 2^2 \quad 3 \times 2 \times 7$$

عدد $a = 5 \times 12 \times 42$ دارای چند شمارنده اول است؟

(د) 4

(ج) 3

(ب) 2

(الف) 1

قرینه $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ نسبت به محور طول ها کدام است؟

(د) $\begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix}$

(ج) $\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$

(ب) $\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$

(الف) $\begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}$

$$x + x + 2 + x + 4 = 42$$

$$3x + 6 = 42$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

مجموع سه عدد زوج متوالی 42 است. عدد وسطی کدام است؟

$$12 \quad 14 \quad 16$$

(د) 18

(ج) 16

(ب) 14

(الف) 12

2- جملات درست یا نادرست را مشخص کنید. (1.25)



غ ص

الف: کوچکترین عدد صحیح منفی دو رقمی -10 است.

غ ص

ب: حاصل جمع اعداد اول یک رقمی، عددی است اول.

$$2 + 3 + 5 + 7 = 17$$

غ ص

ج: ک.م.م دو عدد طبیعی بر هر دوی آنها بخشپذیر است.

غ ص

د: ثلث عدد 3^3 برابر 9 است.

$$\frac{3^3}{3} = 9$$

غ ص

ه: اعداد 3 و 3 و 7 می توانند اضلاع یک مثلث متساوی الساقین باشند.

3- جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. (1)

الف: احتمال آمدن عدد فرد یا اول در پرتاب تاس ، برابر $\frac{4}{6}$ است.

ب: 125 برابر 5^7 به صورت یک عدد تواندار مساوی می باشد.

ج: در دو شکل هندسی ، اجزای متناظر دو به دو با هم برابرند.

د: اگر طول ضلع یک لوزی x باشد، محیط آن به صورت یک عبارت جبری خواهد شد.

4- حاصل عبارت زیر را بیابید. (0.5)

$$\underbrace{3-7}_{-4} + \underbrace{6-10}_{-4} + 9-13 + \dots + \underbrace{99-103}_{-4} =$$

$$\text{تعداد} = \frac{99-3}{4} + 1$$

$$\text{تعداد} = 24 + 1 = 25$$

$$\rightarrow (-4) \times 25 = -100$$

5- الف) مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $a = -1$ و $m = \frac{-2}{9}$ بدست آورید. (2)

$$3(1a - m) - 6(4a + m) =$$

سازگار \rightarrow

$$3a - 2m - 24a - 6m = -9m = -9\left(\frac{-2}{9}\right) = 2$$

ب) جمله n ام الگوی عددی زیر را بیابید.

$$\frac{2}{9}, \frac{2}{15}, \frac{2}{21}, \frac{2}{27}, \dots$$

$$2(x-1) = 4(x+1)$$

ج) معادله رو بررو را حل کنید.

6- الف) عدد 5400 را تجزیه کنید و به صورت حاصلضرب عددهای اول بنویسید. (1)

$$5400 = 54 \times 100 = (2 \times 3) \times (3^2) \times (2^2 \times 5^2) = 2^3 \times 3^3 \times 5^2$$

ب: تعداد شمارنده های اول عدد 5400 چند تا است؟

3

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ غیر اول}$$

ج) تعداد کل شمارنده های 5400 چند تا است؟

⊛

روش استرایی

$$5400 = 2^3 \times 3^3 \times 5^2 \text{ اول}$$

همه کمازده = 1

اول = 1

$$2, 3, 5 = \text{کمازده استعاره}$$

$$\text{دومازده اول} = (2 \times 3), (2 \times 5), 3 \times 5, (2 \times 2), (3 \times 3), 5 \times 5$$

$$\text{کمازده اول} = 2 \times 2 \times 2, 2 \times 2 \times 3, 2 \times 2 \times 5, 3 \times 3 \times 3, 3 \times 3 \times 2, 3 \times 3 \times 5, 5 \times 5 \times 2, 5 \times 5 \times 3, 2 \times 3 \times 5$$

۶ گانه ها زنده اول
استفاده شود. $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 3, 2 \times 2 \times 2 \times 5, 3 \times 3 \times 3 \times 2, 3 \times 3 \times 3 \times 5$

$2 \times 2 \times 3 \times 3, 2 \times 2 \times 5 \times 5, 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$2 \times 2 \times 3 \times 5, 3 \times 3 \times 2 \times 5, 3 \times 2 \times 5 \times 5$

۷ گانه ها زنده اول
استفاده شود. $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3, 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5, 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2, 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$
 $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5, 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 2, 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5, 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3$
 $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5$

۸ گانه ها زنده اول
استفاده شود. $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3, 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5, 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$
 $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5, 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$
 $5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

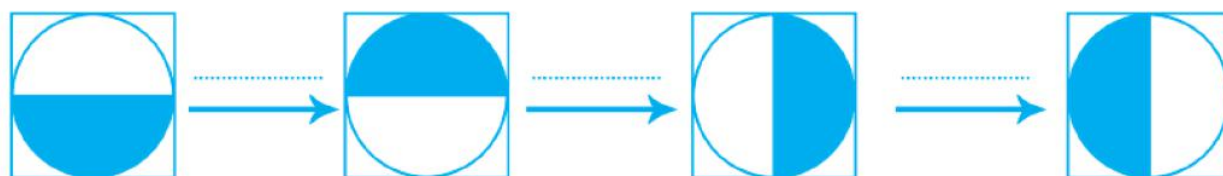
۷ گانه ها زنده اول
استفاده شود. $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5, 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$
 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

۸ گانه ها زنده اول
استفاده شود. $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

در کل ۴ مقدار ۴۸ گانه زنده موجود است.

7- با تجزیه دو عدد 980 و 504 به شمارنده های اول ، ب.م.م و ک.م.م آنها را بدست آورید.(1)

8- الف) در هر مورد روی فلش نوع تبدیل را بنویسید. (1)



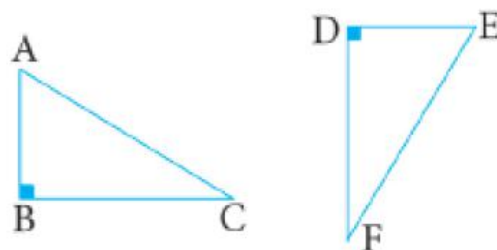
ب) با توجه به تصویر اولیه و نوع تبدیل ها ، شکل مورد نظر را رسم کنید.



ج) دو مثلث زیر هم نهشت هستند. جاهای خالی را کامل کنید.

$$\overline{AB} = \dots$$

$$\hat{F} = \dots$$



9- مجموع تعداد راس ها و کل وجه های منشوری 17 است. تعداد یال های این منشور را بدست آورید. (1)

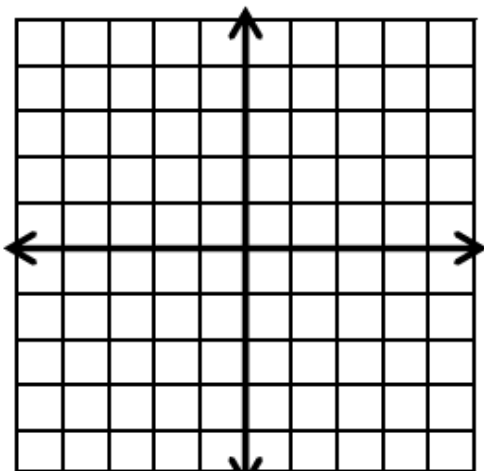
10- الف) حجم مخزنی به شکل منشور سه پهلو که قاعده آن مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه 6 و 8 متر و ارتفاع 5 است را بر حسب لیتر بدست آورید. (2)

ب) مساحت جانبی استوانه ای را بدست آورید که شعاع قاعده آن 5 سانتی متر و ارتفاع آن 10 سانتی متر باشد.

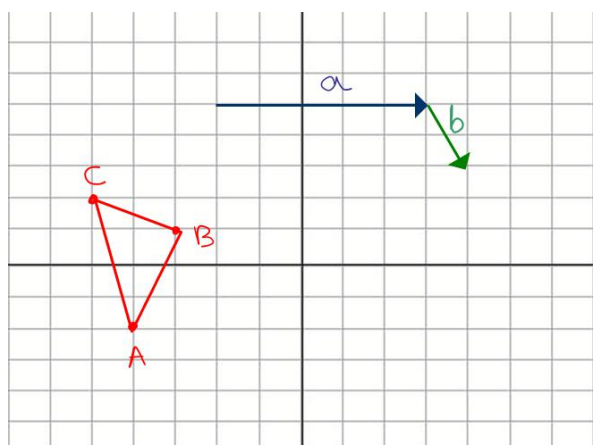
11- یک مستطیل به طول و عرض 5 و 3 سانتی متر را حول عرض آن دوران می دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران را بدست آورید. (1)

12- برداری رسم کنید که ابتدایش در $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و انتهایش در $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ باشد. سپس جمع متناظر با

آن را بنویسید. (1.5)



13- نقاط C, B, A را با بردار a انتقال دهید و آن را C', B', A' بنامید. (1.5)



$$A = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با F, E, D نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

با چه برداری نقاط C, B, A مستقیماً به F, E, D نقاط منتقل می شوند؟

14- الف) حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید. (1)

$$(3-4)^5 \times (-3)^3 \times 2^3 =$$

ب) اگر $3^x = 5$ باشد. مقدار عبارت 27^{x+1} را بدست آورید.

15- الف) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید. (1.5)

$$\sqrt{\sqrt{16} + \sqrt{25}} =$$

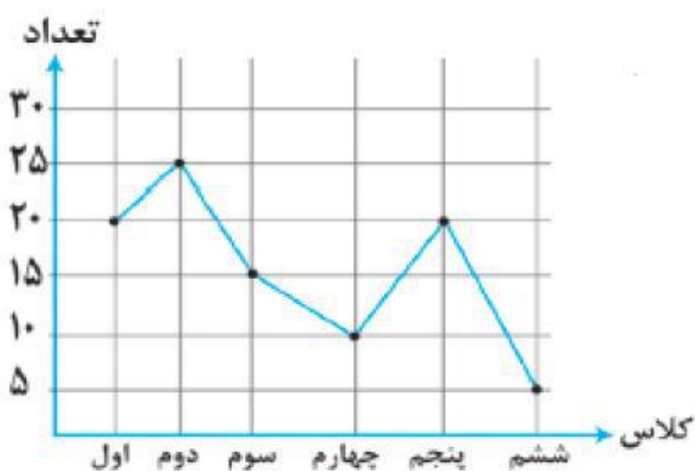
$$\sqrt{\frac{2^2 \times 0.25}{0.0001}}$$

ب) در عبارت زیر x چه عددی باشد تا تساوی برقرار شود؟

$$\sqrt{1 + 2 \times \sqrt{x}} = 3$$

16- با توجه به نمودار خط شکسته زیر ، جدول داده ها را کامل و میانگین داده ها را حساب کنید. (1.25)

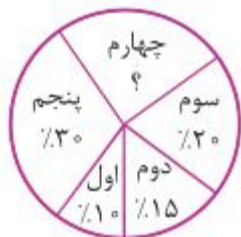
نام کلاس	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم
تعداد نفرات	20					5



17- در کیسه ای تعدادی مهره سیاه ، سفید و آبی وجود دارد . اگر احتمال بیرون آمدن مهره سفید $\frac{2}{5}$

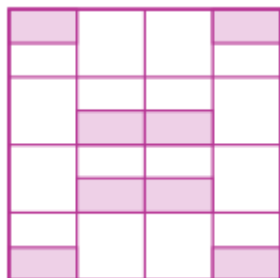
و احتمال بیرون آمدن مهره آبی $\frac{3}{7}$ باشد ، احتمال بیرون آمدن مهره سیاه چقدر است؟ (0.75)

1- تعداد دانش آموزان یک مدرسه 200 نفر است، با توجه به نمودار دایره ای چند دانش آموز در کلاس چهارم درس می خوانند؟



2- در پرتاب یک تاس چقدر احتمال دارد که عدد رو شده جزء شمارنده های اول 300 نباشد؟

3- تیری را به سمت هدف مقابل پرتاب می کنیم ، چقدر احتمال دارد که تیر به قسمت رنگی بخورد؟



4- در 3000 بار پرتاب تیر به سمت هدف مقابل، چند بار انتظار داریم رنگ سبز را مشاهده کنیم؟



5- میانگین 8 عدد برابر 30 شده است و مجموع 6 تا از آنها 200 است، میانگین دو عدد دیگر را پیدا کنید؟

6- در یک نمودار دایره ای مربوط به 600 نفر ، زاویه ایجاد شده مربوط به افراد باهوش 24 درجه است، چند نفر از افراد باهوش هستند؟

7- قرینه نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$ نسبت به نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ را بدست آورید. همچنین نسبت به نیمساز اول و سوم بدست آورید.

8- اگر انتهای بردار $\begin{bmatrix} -7 \\ -5 \end{bmatrix}$ نقطه $\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشد مختصات نقطه ابتدای بردار را بیابید.

9- زاویه بین دو بردار $a = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و بردار $b = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$ چند درجه است؟

10- نقطه $A = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$ را ابتدا با بردار $a = \begin{bmatrix} y-1 \\ x+1 \end{bmatrix}$ و سپس با بردار $b = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ انتقال داده ایم تا به نقطه $A' = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix}$ رسیده ایم. مختصات بردار \vec{a} را بیابید.

11- عدد بعدی در الگوی $1, 8, 27, 64, ?$ را بنویسید.

12- اگر $8^6 = 2^y \times 4^x$ باشد، آن گاه $2^x \times 3^{-2}$ را بیابید.

13- مساحت مربعی به صورت عدد تواندار برابر 2^{20} است. محیط این مربع را بیابید.

14- اگر $10^x = 5$ باشد، حاصل $2^{x+1} \times 5^{x+2}$ را بیابید

15- از 1 تا 1000 چند عدد طبیعی وجود دارد که هر کدام دارای جذر دقیق باشند؟

16- حاصل $\sqrt{\frac{0.4}{0.025}}$ را بیابید.

17- در یک منشور 5 پهلو مجموع تعداد یال ها راس ها و وجه ها را بیابید.

18- مساحت جانبی یک مکعب مستطیل 88 سانتی متر مربع و مساحت کل آن 146 سانتی متر مربع است. مساحت قاعده این مکعب مستطیل برابر چند است؟

19- با سیمی به طول 168 سانتی متر یک مکعب ساخته ایم. حجم مکعب چند سانتی متر مکعب است؟

20- محیط گسترده یک مکعب 350 سانتی متر است. مساحت کل این مکعب را بیابید.

21- ضلع مکعبی را 50 درصد بزرگ کرده ایم. حجم مکعب چند درصد افزایش یافته است؟

22- مجموع طول یال های یک مکعب 288 سانتی متر است. حجم مکعب را بیابید.

23- کوچکترین عددی که 5 شمارنده اول دارد را 7000 برابر می کنیم. عدد حاصل چند شمارنده اول دارد؟

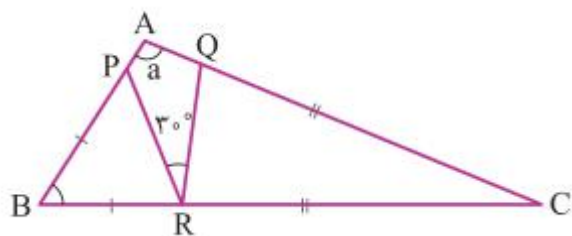
24- در تجزیه حاصل عبارت $40 \times 1000 \times 8 \times 6 \times 4 \times 2$ چند عدد اول ظاهر می شود؟

25- بزرگترین عدد اول در مجموعه $\{5, 301, 529, 667\}$ کدام است؟

26- کدام یک از عددهای مجموعه $\{128, 202, 49, 77\}$ شمارنده اول بزرگتری دارد؟

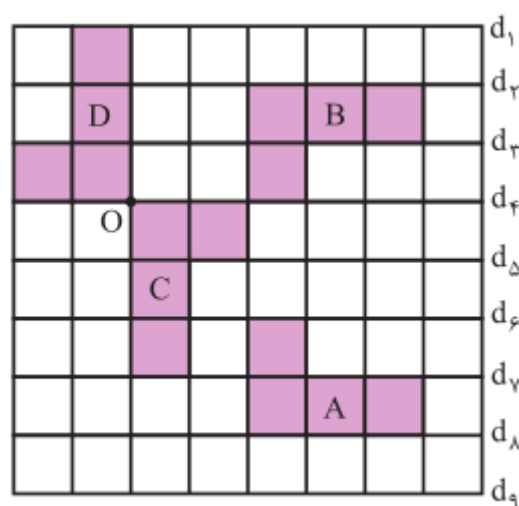
27- عددهای 25 و 50 و 75 چند شمارنده مشترک کوچکتر از 1000 دارند؟

28- چند عدد کوچکتر از 30 وجود دارد که فقط دو شمارنده اول دارد؟



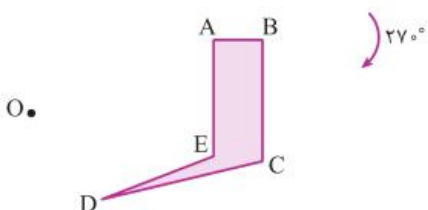
29- در شکل زیر مقدار a را بیابید.

30- مجموع اندازه های سه زاویه 440 درجه است. اگر زاویه دوم 30 درجه بیشتر از زاویه اول و زاویه سوم 10 درجه کمتر از زاویه دوم باشد ، دو برابر زاویه اول چند درجه است؟



31- با کدام تبدیلات شکل A به B و C و سپس به D می رسد؟

32- شکل زیر را 270 درجه در جهت عقربه های ساعت حول نقطه O دوران دهید.



33- در شکل زیر تعداد پاره خط ها و تعداد نیم خط ها را بیابید.

