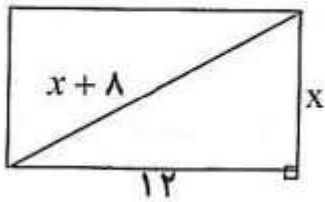


تیپ ۱: پیدا کردن مقدرها مجهول در مسأله:

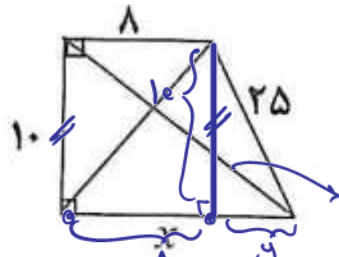
مثال: مقدار مجهول را در هر یک از شکل‌های زیر به دست آورید.

$$(x+8)^2 = (x+8) \times (x+8)$$

$$= x^2 + 8x + 8x + 64 = x^2 + 16x + 64$$



(ب)



(الف)

در دو زنگه مساحتی مساوی ساخته شد؛ بدین ارتفاع حاصلی را رسم کنیم

$$25^2 = 10^2 + y^2$$

$$625 = 100 + y^2$$

$$525 = y^2 \Rightarrow y = \sqrt{525}$$

$$\Rightarrow x = 8 + \sqrt{525}$$

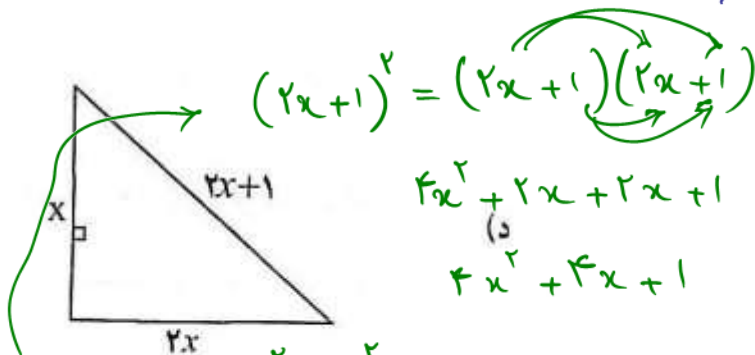
$$(x+8)^2 = x^2 + 12^2$$

$$x^2 + 16x + 64 = x^2 + 144$$

$$x^2 + 16x - x^2 = 144 - 64$$

$$16x = 80$$

$$x = 5$$



$$(2x+1)^2 = (2x+1)(2x+1)$$

$$4x^2 + 2x + 2x + 1$$

$$4x^2 + 4x + 1$$

$$(2x+1)^2 = (2x)^2 + x^2$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 + x^2$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

* این معادله را به بیضی رسم کرد

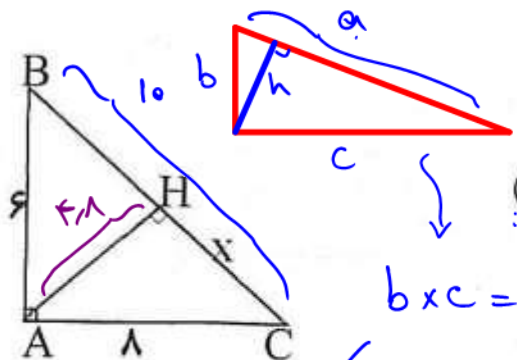
$$1^2 = 4 \cdot 1 + x^2 \rightarrow x = 7/4$$

$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$BC^2 = 36 + 64$$

$$BC^2 = 100$$

$$BC = 10$$



ابتدا BC را پیدا کنیم؛

از ضربی صبی رابطه بدست داریم؛

$$10 \times AH = 6 \times 8$$

$$10 \times AH = 48 \Rightarrow AH = 4.8$$

عنوان دوره: ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه:

پایه: هشتم

باز هم باید ارتفاع داخلی را رسم کنیم.



(ا)

در مثل قائم الزامی، ضلع روبه روبه زاویه 30 نصف

و برابر است، بنابراین:

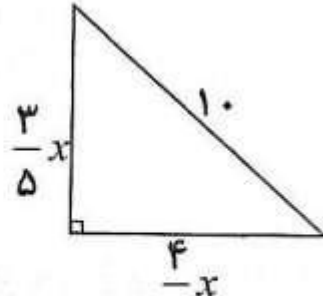
$$y = 5$$

$$10^2 = 5^2 + x^2$$

$$100 = 25 + x^2$$

$$100 - 25 = x^2$$

$$75 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{75}$$



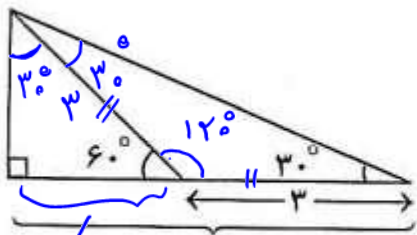
(ب)

$$10^2 = \left(\frac{3}{5}x\right)^2 + \left(\frac{4}{5}x\right)^2$$

$$100 = \frac{9}{25}x^2 + \frac{16}{25}x^2$$

$$100 = \frac{9x^2 + 16x^2}{25} = \frac{25x^2}{25}$$

$$\Rightarrow 100 = x^2 \Rightarrow x = 10$$



(ج)

روی شکل بعضی از اجزای را پیدا کرده ام. نصف در 3/2

$$x = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2}$$



(د)

$$2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$(4\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{3})^2 + x^2$$

$$144 \times 3 = 4 \times 3 + x^2$$

$$432 = 12 + x^2$$

$$420 = x^2 \Rightarrow x = 21$$

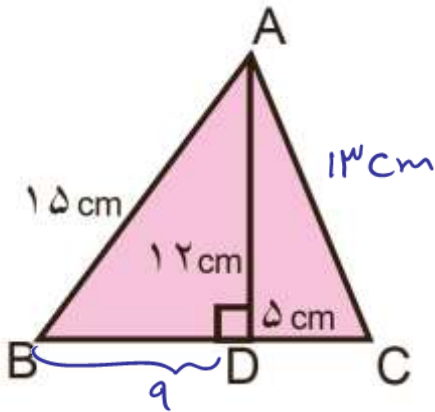
عنوان دوره: ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه:

پایه: هشتم

تیپ ۲: پیدا کردن محیط و مساحت اشکال هندسی:

مثال: محیط مثلث ABC را به دست آورید.



$$\triangle ACD : AC^2 = a^2 + 12^2$$

$$AC^2 = a^2 + 144$$

$$AC^2 = 169 \Rightarrow AC = \sqrt{169} = 13$$

$$\triangle ABD : 15^2 = 12^2 + BD^2$$

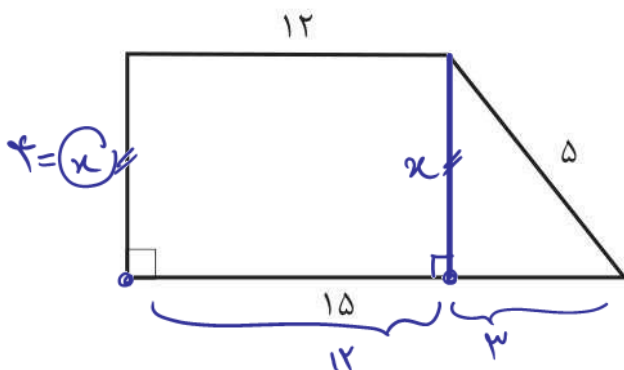
$$225 = 144 + BD^2$$

$$225 - 144 = BD^2$$

$$81 = BD^2 \Rightarrow BD = 9$$

$$\text{محیط} = 15 + 13 + 9 + 12 = 49 \text{ cm}$$

مثال: محیط دوزنقه زیر را به دست آورید. ارتفاع داخلی را بیابید.



$$5^2 = 3^2 + x^2$$

$$25 = 9 + x^2$$

$$25 - 9 = x^2$$

$$16 = x^2 \Rightarrow x = 4$$

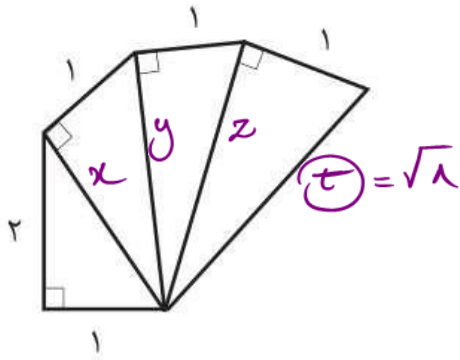
$$\text{محیط} = 12 + 5 + 15 + 4 = 36 \text{ cm}$$

عنوان دوره : ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه :

پایه : هشتم

مثال: محیط هر یک از شکل های زیر را به دست آورید.



$$x^2 = 1^2 + t^2$$

$$x^2 = 1 + t^2$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \sqrt{5}$$

$$y^2 = 1^2 + (2-t)^2 \quad z^2 = 1^2 + (2-t)^2$$

$$y^2 = 1 + 5$$

$$z^2 = 1 + 5$$

$$y^2 = 6$$

$$z^2 = 6$$

$$y = \sqrt{6}$$

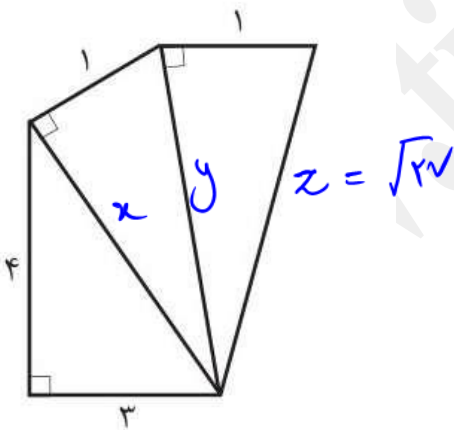
$$z = \sqrt{6}$$

در نهایت : $t^2 = 1^2 + \sqrt{5}^2$

$$t^2 = 1 + 5$$

$$t^2 = 6 \Rightarrow t = \sqrt{6}$$

$$\text{محیط} = 1 + 2 + 1 + 1 + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{6} = 6 + \sqrt{5} + 2\sqrt{6}$$



$$x^2 = 3^2 + y^2$$

$$x^2 = 9 + 16$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$y^2 = 1^2 + 4^2 \quad z^2 = 1^2 + 4^2$$

$$y^2 = 1 + 16$$

$$z^2 = 1 + 16$$

$$y^2 = 17$$

$$z^2 = 17$$

$$y = \sqrt{17}$$

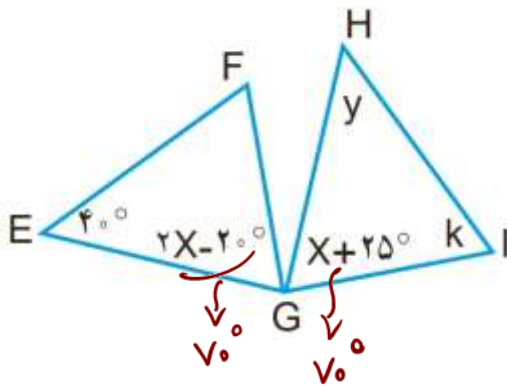
$$z = \sqrt{17}$$

$$\text{محیط} = 3 + 4 + 1 + 1 + 5 + \sqrt{17} + \sqrt{17} = 9 + \sqrt{17} + 2\sqrt{17}$$

شکل های همنهشت:

مثال: زاویه های مجهول را بیابید.

الف) مثلث HIG حاصل دوران 90° مثلث EFG حول نقطه G است.



$$2x - 20 = x + 25$$

$$2x - x = 20 + 25$$

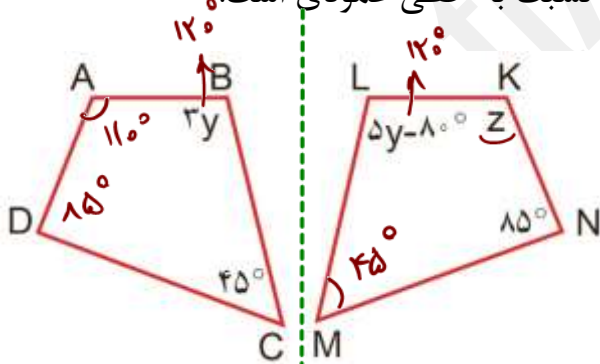
$$x = 45^\circ$$

$$y = 40^\circ$$

از طرفی: $70^\circ + 40^\circ = 110^\circ$

$$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \Rightarrow k = f = 70^\circ$$

ب) چهارضلعی $KLMN$ حاصل تقارن چهارضلعی $ABCD$ نسبت به خطی عمودی است.



$$5y - 80 = 3y$$

$$5y - 3y = 80$$

$$2y = 80$$

$$y = 40^\circ$$

مربعان

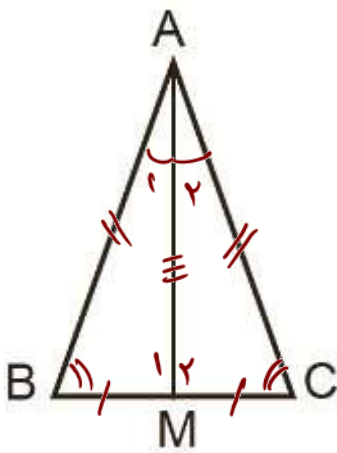
از طرفی: $120 + 45 + 15 = 180 \Rightarrow \hat{A} = 360 - 180$
 $\hat{A} = 180^\circ$

$$\Rightarrow z = 110^\circ$$

حالت های همنهشتی دو مثلث:

حالت تساوی سه ضلع یا به اختصار (ض ض ض)

مثال: در مثلث متساوی الساقین ABC ، پاره خط AM میانه وارد بر ضلع BC است. نشان دهید مثلث های AMB و AMC همنهشت هستند. حالت همنهشتی دو مثلث و اجزای متناظر آن ها را بنویسید.



$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ متساوی الساقین است} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} \quad * \\ \text{میانۀ وارد بر ضلع } BC \Rightarrow \overline{BM} = \overline{MC} \quad ** \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} * \overline{AB} = \overline{AC} \\ ** \overline{BM} = \overline{MC} \\ \text{AM ضلع مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ACM \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right.$$

حالت همنهشتی

حالت همنهشتی

اجزای متناظر

مثال: ابتدا لوزی زیر را نامگذاری کنید، سپس یکی از قطرهای آن را رسم کنید. ثابت کنید مثلث های به وجود آمده همنهشت هستند. سپس تساوی بین اجزای متناظر آن ها را بنویسید.

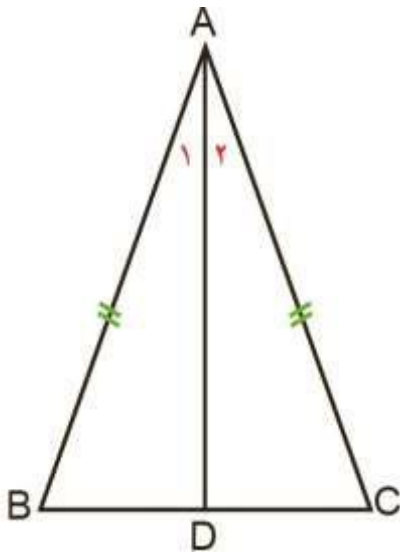
$\left. \begin{array}{l} \overline{AD} = \overline{CD} \text{ (اصدع لوزی)} \\ \overline{AB} = \overline{BC} \text{ (اصدع لوزی)} \\ BD \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle CBD \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases}$

(ضلعان فی) (اجزای متناظر)

عکس همبستگی عکس همبستگی

حالت تساوی دو ضلع و زاویه بین آن ها یا به اختصار (ض ز ض):

مثال: در مثلث متساوی الساقین ABC نیمساز زاویه A را رسم کرده ایم. ثابت کنید مثلث های به وجود آمده همنهشت هستند. سپس تساوی بین اجزای متناظر آن ها را بنویسید.



$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} \quad * \\ AD \text{ نیمساز زاویه } A \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad ** \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} * \overline{AB} = \overline{AC} \\ ** \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AD \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACD \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \overline{BD} = \overline{CD} \\ \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \end{array} \right.$$

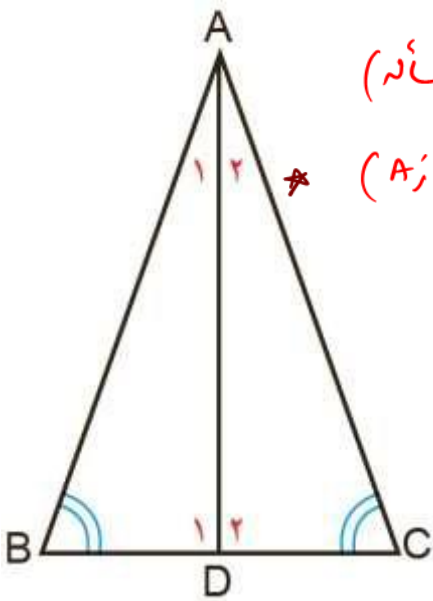
علت

تساوی

اجزای

حالت برابری دو زاویه و ضلع بین یا به اختصار (ز ض ز):

مثال: در شکل زیر، می دانیم $\hat{B} = \hat{C}$. نیمساز زاویه A را رسم کرده ایم. نشان دهید. مثلث ABC متساوی الساقین است.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \text{ (فرض مسئله)} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (نیمساز AD)} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{D}_1 = 180^\circ \\ \hat{A}_2 + \hat{C} + \hat{D}_2 = 180^\circ \end{cases}$$

$$\hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{D}_1 = \hat{A}_2 + \hat{C} + \hat{D}_2$$

$$\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \quad \star\star$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACD \text{ (ز ض ز)}$$

$$\begin{cases} \overline{AB} = \overline{AC} \\ \overline{BD} = \overline{CD} \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases}$$

قضایای همبستگی

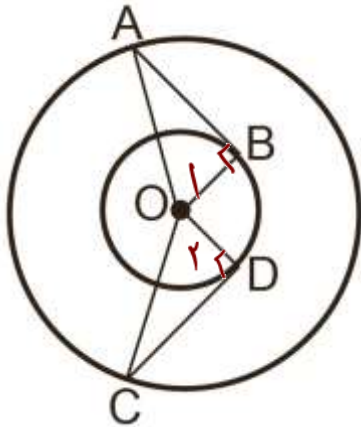
قضایای همبستگی

اجزای متساوی

عنوان دوره: ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه:

پایه: هشتم

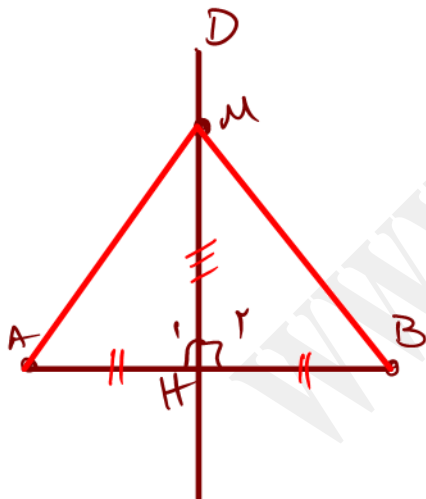


$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \\ \overline{OA} = \overline{OC} \\ \overline{OB} = \overline{OD} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{C} \end{array} \right.$$

(وض)

(علت) (تایید) (بخش ۱)

مثال: نشان دهید هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.

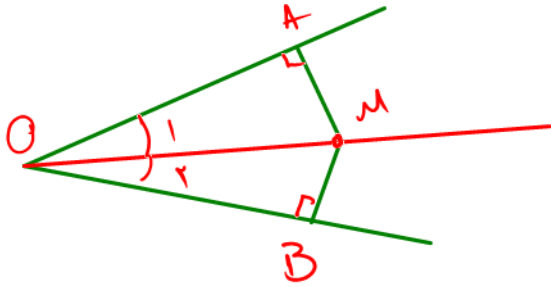


پاره خط AB را داریم. عمود منصف D را رسم می‌کنیم.
نقطه نگاه M را روی عمود منصف نقطه‌ی M رسم. (رسم کنیم)
و ثابت می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} AH = BH \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ MH \text{ (مستقیم)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMH \cong \triangle BMH \Rightarrow \overline{MA} = \overline{MB}$$

(فرض)

مثال: نشان دهید هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OM \text{ (نیمساز)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OBM \Rightarrow \overline{AM} = \overline{BM}$$

(عز) (افزای مستقیم)

www.tizline.ir

توان و جذر:

حاصل عبارت های زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 12^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 12^3 = \left(\frac{1}{3} \times 12\right)^3 = 4^3$$

$$\frac{18^7 \div 3^7}{6^2 \times 6^3} = \frac{(18 \div 3)^7}{6^5} = \frac{6^7}{6^5} = 6^2$$

$$\begin{aligned} [(-42)^6 \div 7^6] \div [(-3)^4 \times 2^4 \times 2^4] &= [(-6)^6] \div [(-6)^4] = (-6)^{6-4} \\ &= (-6)^2 \end{aligned}$$

$$3^7 + 3^7 + 3^7 = 3 \times 3^7 = 3^8$$

$$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$$

$$\frac{10^4 \times 5^2}{5^7 \times 10^4} = \frac{10^4}{5^5} = \left(\frac{10}{5}\right)^4 = 2^4$$

$$\frac{(4 \times 3)^6 \times 14^7}{(28^7 \div 2^7) \times (6^5 \times 2^5)} = \frac{12^6 \times 14^7}{14^7 \times 12^5} = 12$$

عنوان دوره: ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه:

پایه: هشتم

$$\frac{(a^r)^f \times (bc)^g}{(a^r b^r c^r)^t} = \frac{a^{\cancel{r} \times f} \times b^{\cancel{r} \times g} \times c^g}{a^{\cancel{r} \times t} b^{\cancel{r} \times t} c^t} = a^{\frac{f}{t}} b^{\frac{g}{t}} c^{\frac{g}{t}}$$

$$\frac{2^2 \times 48^2 \times 6^3 \times 3^2 \times 8^5}{16^{12}} = \frac{2^2 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^2 \times 2^7}{2^{12}} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 2^7}{2^{12}} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 2^7}{2^{12}} = \frac{2^{12} \times 3^2}{2^{12}} = 3^2 = 9$$

$$\frac{38^2 \times 26^5 \times 11^7}{13^2 \times 44^7 \times 19^2} = \frac{(2 \times 19)^2 \times (2 \times 13)^5 \times 11^7}{13^2 \times (2 \times 11)^7 \times 19^2} = \frac{2^2 \times 19^2 \times 2^5 \times 13^5 \times 11^7}{13^2 \times 2^7 \times 11^7 \times 19^2} = \frac{2^7 \times 13^5 \times 11^7}{13^2 \times 2^7 \times 11^7 \times 19^2} = \frac{13^3}{19^2}$$

$$\frac{9^{18} \times 3 - 9^{18} \times 2}{27^5 + 27^5 + 27^5} = \frac{9^{18} (3 - 2)}{3 \times 27^5} = \frac{(3^2)^{18}}{3 \times (3^3)^5} = \frac{3^{36}}{3 \times 3^{15}} = \frac{3^{36}}{3^{16}} = 3^{20}$$

$$\frac{3^4 + 3^4 + 3^4}{27} = \frac{3 \times 3^4}{3^3} = \frac{3^5}{3^3} = 3^2 = 9$$

$$\frac{3^{20} + 9^{10}}{9^{10}} = \frac{3^{20} + (3^2)^{10}}{(3^2)^{10}} = \frac{3^{20} + 3^{20}}{3^{20}} = \frac{2 \times 3^{20}}{3^{20}} = 2$$

مثال: مقدار عددی عبارت مقابل را به ازای $a = -1$ و $b = -3$ به دست آورید.

$$\frac{a^2 - 3b}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 3} + ab(a + b) = \frac{(-1)^2 - 3 \times -3}{\left(\frac{-3}{-1}\right)^2 + 3} + (-1 \times -3)(-1 + (-3))$$

$$= \frac{+1 + 9}{+9 + 3} + (+3) \times (-4)$$

$$= \frac{10}{12} + (-12) = \frac{5}{6} - \frac{12}{1} = \frac{5 - 72}{6} = \frac{-67}{6}$$

مثال: حاصل هر عبارت را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$\frac{125^{a+1}}{5} = \frac{(5^3)^{a+1}}{5} = \frac{5^{3a+3}}{5} = 5^{3a+3-1} = 5^{3a+2} \quad \text{الف) خمس عدد } 125^{a+1}$$

$$27 \times 9^{12} = 3^3 \times (3^2)^{12} = 3^3 \times 3^{24} = 3^{27} \quad \text{ب) } 27 \text{ برابر عدد } 9^{12}$$

ج) ثلث عبارت $9^{-a+2} \div 3^{2a+5}$ ← است عبارت را ساده کنیم

$$\frac{(3^2)^{-a+2}}{3^{2a+5}} = 3^{-2a+4} \div 3^{2a+5} = 3^{-2a+4-2a-5} = 3^{-4a-1} = \frac{3^{-4a-1}}{3} = 3^{-4a-2}$$

مثال: اگر $3^x = 10$ باشد، مقدار عددی عبارت های زیر را بنویسید.

$$3^{x-1} = \frac{3^x}{3} = \frac{10}{3}$$

$$3^{x-2} = \frac{3^x}{3^2} = \frac{10}{9}$$

$$\frac{3^{x+1}}{3^{x-1}} = \frac{3^x \times 3^1}{\frac{3^x}{3^1}} = \frac{30}{\frac{10}{3}} = \left(\frac{30}{10} \right) \left(\frac{3}{1} \right) = \frac{40}{10} = 4 \quad \checkmark$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = 10^4$$

جذر تقریبی و نمایش اعداد رادیکالی روی محور:

مثال: هر یک از اعداد زیر بین کدام دو عدد متوالی قرار دارد؟ $1 < 3 < 4$

$$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{3} < 2$$

$$\frac{-2+1}{0} < -2 + \sqrt{3} < \frac{-2+2}{0}$$

پس $0 < -2 + \sqrt{3} < 1$

مثال: $17 < 16 < 15$

$$-2 + \sqrt{3} =$$

پس $0 < -2 + \sqrt{3} < 1$

مثال: $12 < 11 < 10$

$$2 - \sqrt{2} \Rightarrow$$

پس $0 < 2 - \sqrt{2} < 1$

مثال: $4 < 5 < 9$

$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3 \Rightarrow 1 < 4\sqrt{5} < 12$$

پس $1 < 4\sqrt{5} < 12$

مثال: چند عدد طبیعی کوچکتر از $\sqrt{72}$ وجود دارد؟

$$44 < 72 < 81$$

$$\sqrt{44} < \sqrt{72} < \sqrt{81} \Rightarrow 6 < \sqrt{72} < 9$$

پس $6 < \sqrt{72} < 9$

جدول اعداد کامل و جذرها:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\sqrt{1}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{121}$	$\sqrt{144}$	$\sqrt{169}$	$\sqrt{196}$	$\sqrt{225}$	$\sqrt{256}$	$\sqrt{289}$	$\sqrt{324}$	$\sqrt{361}$	$\sqrt{400}$

مثال: حاصل هر یک از عددهای زیر را تا یک رقم اعشار با جدول (یا با روش نصف کردن) به دست آورید.

$$\sqrt{12} \approx$$

$$9 < 12 < 16 \Rightarrow \sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16} \Rightarrow 3 < \sqrt{12} < 4$$

عدد $3,6$ بین 3 و 4 است، به توان 2 می‌رسانیم:

پس بین $12,24$ از 12 بیشتر اعداد کمتر از $3,6$ را امتحان می‌کنیم:

۱۸	۳۶	۳۶
مختور	۱۱,۵۶	۱۲,۲۵

$$\sqrt{12} \approx 3,4$$

عنوان دوره : ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه :

پایه : هشتم

حاصل عددهای زیر را به کمک جدول و به روش نصف کردن تا یک رقم اعشار به دست آورید.

$$\sqrt{185} \approx$$

$$11 < \sqrt{185} < 100$$

$$9 < \sqrt{185} < 10$$

عدد	۹٫۱	۹٫۲	۹٫۳
مجموع	۸۲٫۸۱	۸۴٫۸۴	۸۷٫۴۹

$$\sqrt{185} \approx 13٫۲$$

$$\sqrt{800} \approx$$

مثال: دو عدد طبیعی بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{19}$ بنویسید.
 $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}$ و ... و $\sqrt{16}, \sqrt{17}, \sqrt{18}, \sqrt{19}$
 (Handwritten notes show $\sqrt{9}$ with a double underline and '3' below it, and $\sqrt{16}$ with a double underline and '4' below it.)

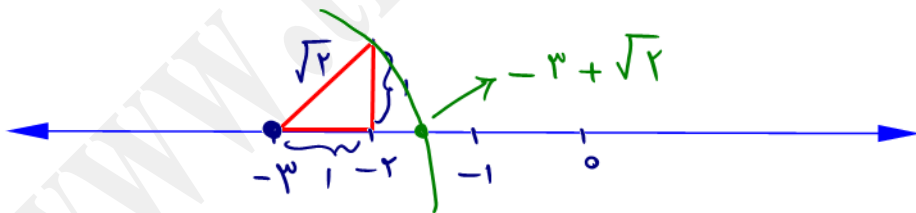
مثال: دو عدد طبیعی بین $\sqrt{15}$ و $\sqrt{27}$ بنویسید.

مثال: عددهای داده شده را روی محور نمایش دهید.

$-3 + \sqrt{2}$

عدد: -3

رادیکال: $\sqrt{2}$



عدد: 2

رادیکال: $\sqrt{3}$

$2 + \sqrt{3}$



عنوان دوره : ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

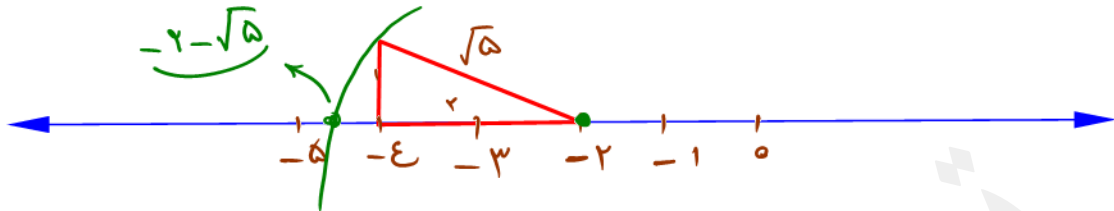
شماره جلسه :

پایه : هشتم

$$-2 - \sqrt{5}$$

عدد : -2

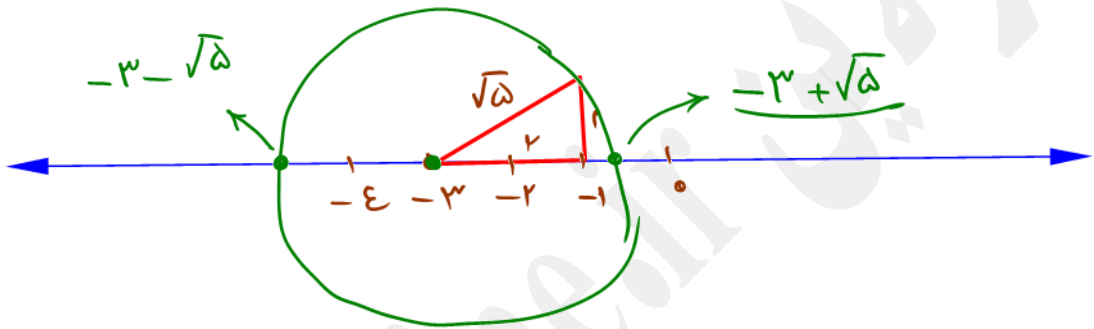
رادیکال : $-\sqrt{5}$



$$+\sqrt{5} - 3$$

عدد : -3

رادیکال : $\sqrt{5}$



$$-\sqrt{3} - 3$$

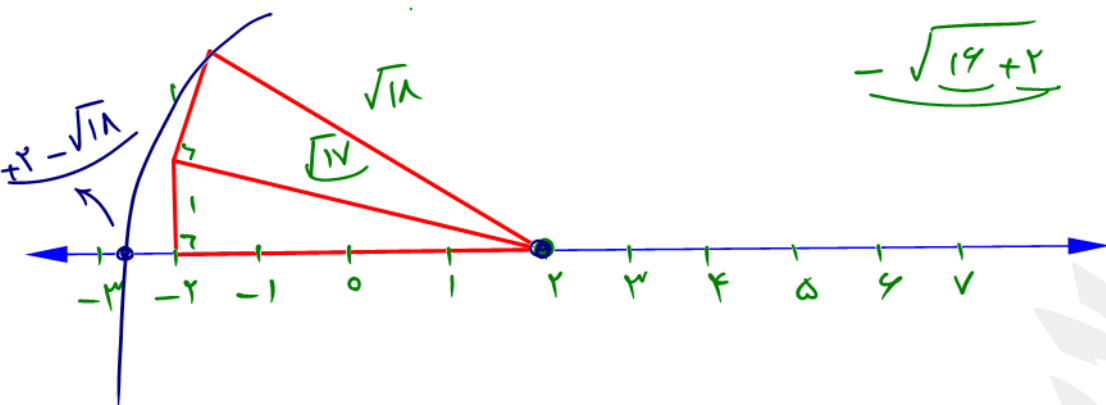
عدد : -3

رادیکال : $-\sqrt{3}$

مثال: الف) نقطه نمایش $2 - \sqrt{18}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

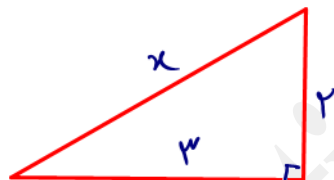
$$\begin{aligned} \text{از کمال} \quad -\sqrt{18} &= -\sqrt{3^2 + 3^2} \\ &= -\sqrt{16 + 2} \end{aligned}$$

عدد: 2



$$\sqrt{9 + 4} = \sqrt{3^2 + 2^2}$$

ب) پاره خطی به طول $\sqrt{13}$ رسم کنید.



$$x^2 = 2^2 + 3^2$$

$$x^2 = 4 + 9$$

$$x^2 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13}$$

خواص ضرب و تقسیم رادیکال ها:

مثال: مقدار دقیق جذرهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{4} \times \sqrt{25} = 2 \times 5 = 10$$

$$\sqrt{12 \times 3} = \sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{36 + 64} \neq \sqrt{36} + \sqrt{64}$$

غلط

$$\sqrt{100} = 10$$

انندید رادیکال جمع یا تفریق اول باید جمع و تفریق را انجام دهید.

$$\sqrt{\frac{49 \times 12 \times 3}{25}} = \frac{\sqrt{49} \times \sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{7 \times 6}{5} = \frac{42}{5}$$

$$\sqrt{95 \times 38} = \sqrt{(32)^5 \times 38} = \sqrt{32^{10} \times 38} = \sqrt{38^{18}} = 38^9$$

$$\sqrt{25} - \sqrt{16}$$

غلط

$$\sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

$$\frac{\sqrt{49 \times 36}}{\sqrt{100 \times 64}} = \frac{7 \times 6}{10 \times 8} = \frac{21}{40}$$

مثال: حاصل هر یک از عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{0.04} + \sqrt{25 - 16} = 0.2 + \sqrt{9} = 0.2 + 3 = 3.2$$

$$\left(\sqrt{25} - \sqrt{\frac{64}{10.2}} \right) - \sqrt{0.16} = \left(\frac{5}{1} - \frac{1}{10} \right) - \frac{4}{10} = \frac{42}{10} - \frac{4}{10} = \frac{38}{10} = 3.8$$

$$\underbrace{\sqrt{100 \times 64}}_{10 \times 8} + \underbrace{\sqrt{100 - 64}}_{\sqrt{36} = 6} - \underbrace{\sqrt{3 \times 12}}_{\sqrt{36} = 6} = 80 + 6 - 6 = 80$$

$$(\sqrt{7})^2 - \sqrt{11 \times 49} \times \sqrt{\frac{1}{9}} = 7 - \cancel{9}^3 \times \cancel{7} \times \frac{1}{\cancel{3}} = 7 - 21 = -14$$

$$\sqrt{\frac{0/25 \times 36}{16+9}} = \sqrt{\frac{\frac{25}{100} \times 36}{25}} = \sqrt{\frac{\frac{25}{100} \times \sqrt{36}}{\sqrt{25}}} = \frac{\frac{5}{10} \times 6}{5} = \frac{30}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{1/15} + \sqrt{1/21} = \sqrt{1/15 + 1/21} = \sqrt{2/25} = 1/5$$

$$\sqrt{5 \times 25} = \sqrt{5} \times \sqrt{25} = \sqrt{5} \times 5 = 5\sqrt{5}$$

$$3\sqrt{125} - 7\sqrt{20} + 2\sqrt{45} =$$

$$3\sqrt{5 \times 25} - 7\sqrt{4 \times 5} + 2\sqrt{9 \times 5}$$

$$15\sqrt{5} - 14\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{4 + 12\sqrt{\frac{5}{4 + 3\sqrt{5 \times 9 + 4}}}} = \sqrt{49} = 7$$

عنوان دوره : ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه :

پایه : هشتم

$$\sqrt{61 + \sqrt{5 + \sqrt{6 + \sqrt{5 + \sqrt{1 + 3\sqrt{2-1}}}}} = \sqrt{64} = 8$$

$\left. \begin{matrix} 3,8 \\ 3 \\ 3,8 \\ 3 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{فصل 4} \\ \text{فصل 7} \\ \text{فصل 8} \\ \text{فصل 9} \end{matrix}$
 $\left. \begin{matrix} 1,5 \\ 1 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 1,5 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{فصل 1} \\ \text{فصل 2} \\ \text{فصل 3} \\ \text{فصل 4} \\ \text{فصل 5} \end{matrix}$

میانگین داده ها:

مثال: میانگین نمرات 10 درس زهرا 18 شده است. اگر در جمع نمرات زهرا اشتباه شده و به او 5 نمره کم داده شده باشد، میانگین جدید نمرات زهرا را حساب کنید.

$$\text{مجموع نمرات} = \text{تعداد} \times \text{میانگین}$$

$$18 \times 10 = 180 \Rightarrow \text{مجموع نمرات 10 درس}$$

$$\frac{180}{10} = 18$$

مثال: میانگین 6 عدد 30 می باشد. اگر از هر یک از این 6 عدد 2 واحد را کم کنیم، میانگین جدید را به دست آورید.

$$\text{مجموع 6 عدد} = 30 \times 6 = 180$$

$$180 - 12 = 168$$

$$\frac{168}{6} = 28$$

عنوان دوره: ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه:

پایه: هشتم

مثال: میانگین وزن یک گروه ۳ نفره، ۵۰ کیلوگرم و یک گروه ۲ نفره برابر ۴۵ کیلوگرم است. میانگین وزن کل این ۵ نفر چقدر است؟

$$\text{جمع وزن گروه ۳ نفره} = 3 \times 50 = 150$$

$$\text{جمع وزن گروه ۲ نفره} = 2 \times 45 = 90$$

$$\frac{150 + 90}{5} = \frac{240}{5} = 48 \text{ kg}$$

مثال: میانگین نمره های ۶ درس یک دانش آموز، برابر ۱۷/۵ است. اگر مجموع نمره های دو درس دیگر او برابر ۳۳ باشد، میانگین نمرات این ۸ درس کدام است؟

$$\text{جمع نمرات ۶ درس این دانش آموز} = 6 \times 17.5 = 105$$

$$105 + 33 = 138$$

جمع نمرات ۸ درس.

$$\frac{138}{8} = 17.25$$

عنوان دوره: ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه:

پایه: هشتم

مثال: میانگین ۱۰ عدد ۵۴ است. اگر دو عدد ۳۴ و ۶۵ را به این اعداد اضافه کنیم، میانگین کل این اعداد را حساب کنید.

$$\text{جمع ۱۰ عدد} = 10 \times 54 = 540$$

$$\text{میانگین ۱۲ عدد} = \frac{540 + 34 + 65}{12} = \frac{540 + 99}{12} = \frac{639}{12} = 53,25$$

مثال جدول زیر را کامل کنید و میانگین را به دست آورید.

حدود دسته	فراوانی	مرکز دسته	فراوانی × مرکز دسته
$10 \leq x < 14$	۳	$\frac{10+14}{2} = 12$	۳۶
$14 \leq x \leq 18$	۵	$\frac{14+18}{2} = \frac{32}{2} = 16$	۸۰
مجموع	۸	////	۱۱۶

$$\text{میانگین در جدول فراوانی} = \frac{\text{جمع ستون فراوانی} \times \text{مرکز دسته}}{\text{جمع ستون فراوانی}} = \frac{116}{8} = 14,5$$

عنوان دوره : ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

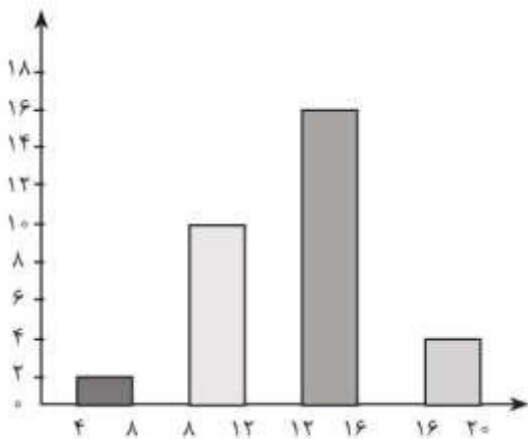
شماره جلسه :

پایه : هشتم

مثال: جدول زیر را کامل کنید و میانگین را به دست آورید.

دسته	مرکز دسته	فراوانی	مرکز دسته * فراوانی
$10 \leq x < 15$	$\frac{20+25}{2} = 22,5$	10	225
$15 \leq x < 20$	$\frac{25+30}{2} = 27,5$	6	165
$20 \leq x \leq 25$	32,5	3	97,5
جمع	////	19	328,5

$$\frac{328,5}{19} \approx 17,29$$



مثال: با توجه به نمودار ستونی مقابل:

الف) جدول فراوانی داده ها را رسم کنید.

ب) میانگین داده را به دست آورید.

دسته	مرکز دسته	فراوانی	مرکز دسته * فراوانی
$4 \leq x < 8$	6	2	12
$8 \leq x < 12$	10	10	100
$12 \leq x < 16$	14	16	224
$16 \leq x \leq 20$	18	4	72
جمع	////	32	308

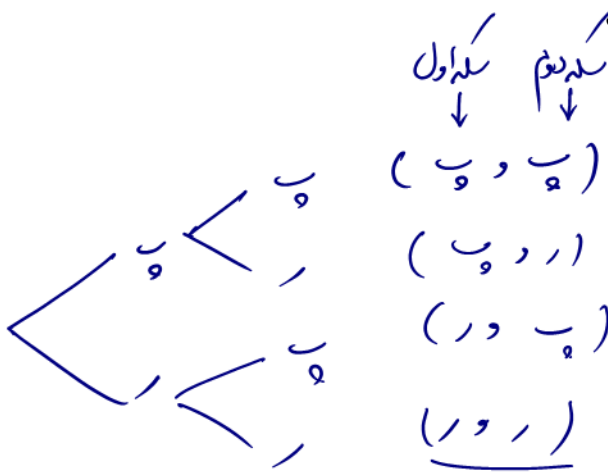
$$\bar{x} = \frac{308}{32} = 9,625$$

احتمال و بررسی تمام حالت های ممکن:

مثال: دو سکه را با هم پرتاب می کنیم.

الف) تمام حالت های ممکن را بنویسید. $2 \times 2 = 4$ حالت داریم

ب) احتمال این که هر دو سکه رو بیایند چقدر است؟



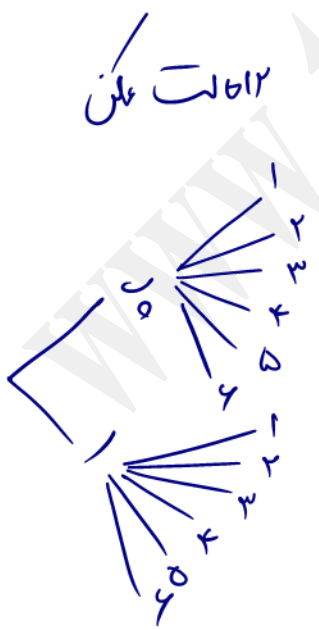
$$\frac{1}{4}$$

$$2 \times 2 = 4$$

مثال: یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم.

الف) احتمال اینکه تاس عددی زوج و سکه پشت بیاید، چقدر است؟

ب) احتمال اینکه تاس بزرگتر از ۲ و سکه رو بیاید، چقدر است؟

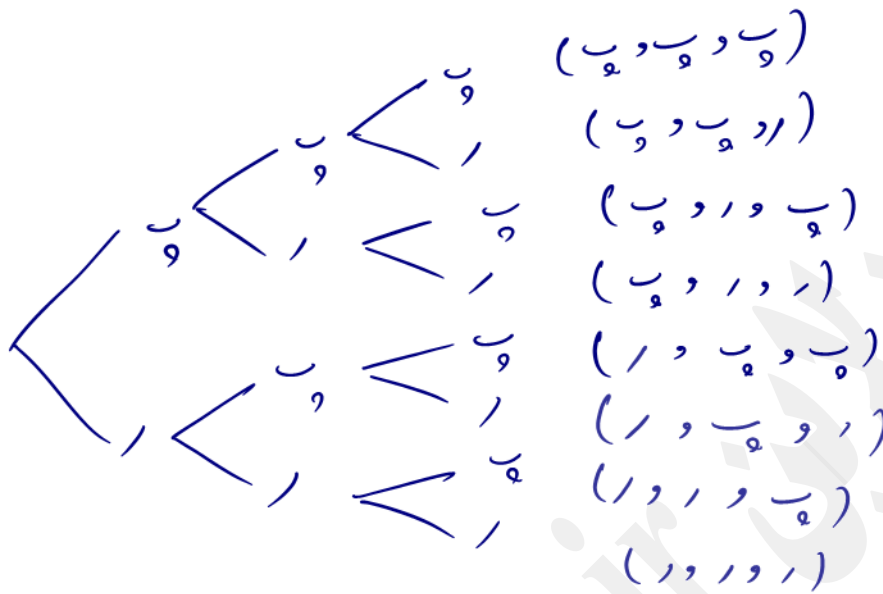


- { (پ, ۱) (پ, ۲) (پ, ۳) (پ, ۴) (پ, ۵) (پ, ۶) (ر, ۱) (ر, ۲) (ر, ۳) (ر, ۴) (ر, ۵) (ر, ۶) }

الف) $\frac{3}{12}$

ب) $\frac{4}{12}$

مثال: با رسم جدول و همچنین به کمک نمودار درختی تمام حالت های ممکن در پرتاب سه سکه به طور همزمان را بنویسید.



$$4 \times 4 = 34$$

مثال: یک تاس را دو بار پرتاب می کنیم:

$(2, 5)$ و $(4, 5)$ و $(6, 5)$

$$\frac{3}{34}$$

الف) احتمال اینکه تاس اول زوج و تاس دوم ۵ بیاید چقدر است؟

$$\frac{7}{34}$$

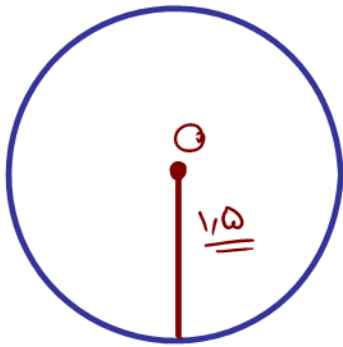
ب) احتمال اینکه هر دو تاس یک عدد بیایند چقدر است؟

$(4, 4)$ و $(5, 5)$ و $(4, 4)$ و $(3, 3)$ و $(2, 2)$ و $(1, 1)$

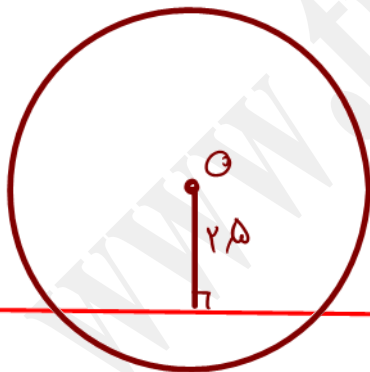
خط و دایره: (وضعیت خط و دایره نسبت به هم در یک خط)

مثال: دایره ای به قطر 3cm و خطی به فاصله 2cm از مرکز آن رسم شده است. وضعیت خط و دایره را با رسم شکل نشان دهید.

↓
۱،۵ : شعاع دایره



مثال: قطر دایره ای 7cm و فاصله مرکز این دایره تا خط d برابر $2/5\text{cm}$ می باشد. وضعیت خط و دایره را با رسم شکل مشخص کنید.

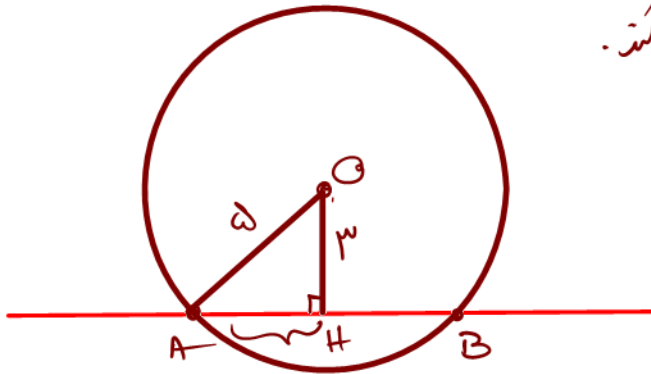


حالا دایره جدید را در دو رسم وضع می کنند
→

مثال: فاصله مرکز دایره از وتری برابر ۳ واحد است. اگر مساحت دایره 25π باشد، طول این وتر چند واحد است؟

$$\pi \times R \times R = 25\pi \Rightarrow R = 5$$

* شعاع عمود بر وتر، آن وتر را نصف می کند.



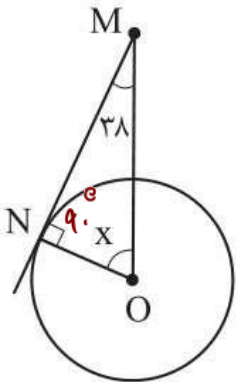
$$AH^2 + 3^2 = 5^2$$

$$AH^2 + 9 = 25$$

$$AH^2 = 16$$

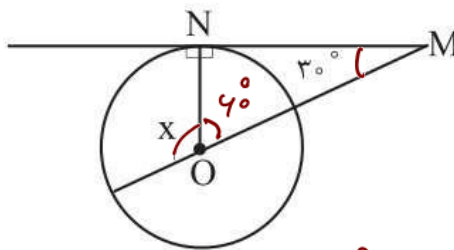
$$AH = 4 \Rightarrow AB = 8$$

مثال: در هر شکل پاره خط RQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه مجهول را به دست آورید.

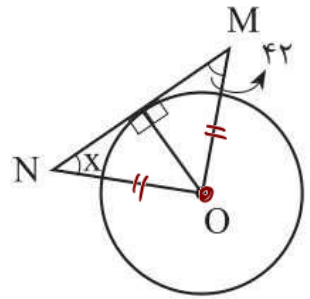


$$90 + 38 = 128$$

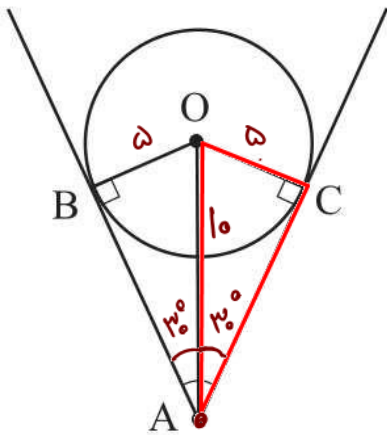
$$180 - 128 = 52$$



$$x = 180 - 40 - 30 = 110$$



مثال: در شکل مقابل، اگر شعاع دایره ۵ سانتی متر و $\hat{A} = 60^\circ$ باشد، طول مماس AC را به دست آورید.



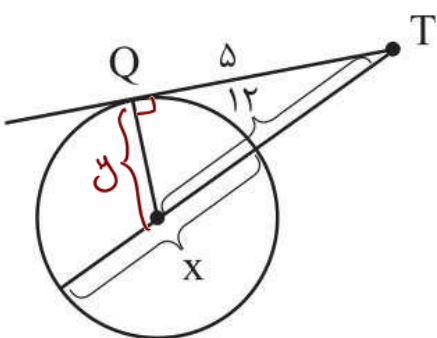
$$AC^2 + 5^2 = 10^2$$

$$AC^2 + 25 = 100$$

$$AC^2 = 100 - 25$$

$$AC^2 = 75 \Rightarrow AC = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

مثال: در هر شکل TQ بر دایره مماس است. طول پاره خط x را به دست آورید.

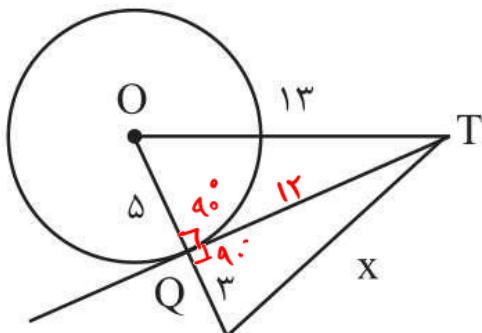


$$12^2 = 5^2 + y^2$$

$$144 = 25 + y^2$$

$$119 = y^2$$

$$\sqrt{119} = y$$



$$TQ^2 + 5^2 = 13^2$$

$$TQ^2 + 25 = 169$$

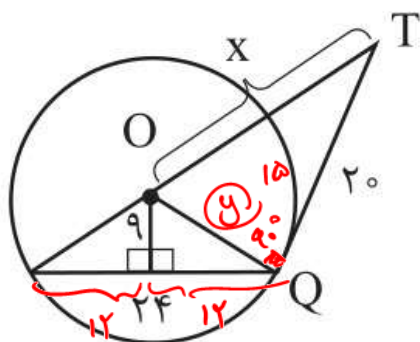
$$TQ^2 = 144$$

$$\underline{TQ = 12}$$

$$x^2 = 12^2 + 3^2$$

$$x^2 = 144 + 9$$

$$x^2 = 153 \Rightarrow \underline{x = \sqrt{153}}$$



$$y^2 = 9^2 + 12^2$$

$$y^2 = 81 + 144$$

$$y^2 = 225$$

$$y = 15$$

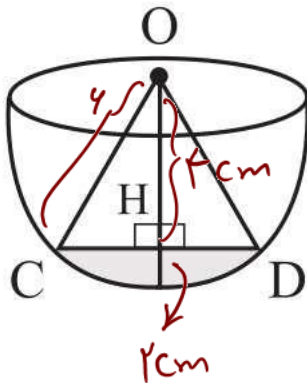
$$x^2 = 20^2 + 18^2$$

$$x^2 = 400 + 324$$

$$x^2 = 724$$

$$\underline{x = 25}$$

مثال: در شکل مقابل یک کاسه به شکل نیمکره داریم و داخل آن مقداری آب ریخته ایم. اگر عمق آب داخل کاسه 2cm باشد و $OH = 4\text{cm}$ باشد، طول وتر CD را به دست آورید.



$$CH^2 = 4^2 - 4^2$$

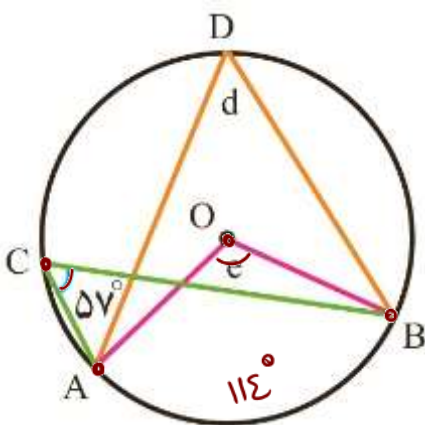
$$CH^2 = 16 - 16$$

$$CH^2 = 0$$

$$CH = \sqrt{0} \Rightarrow \underline{CD = 2\sqrt{0}}$$

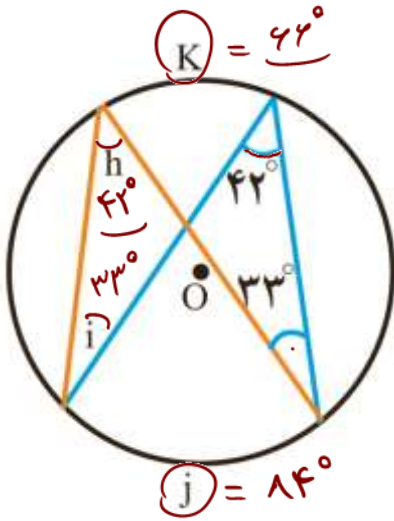
زاویه های مرکزی و محاطی:

مثال: اندازه زاویه ها و کمان های مجهول را پیدا کنید.

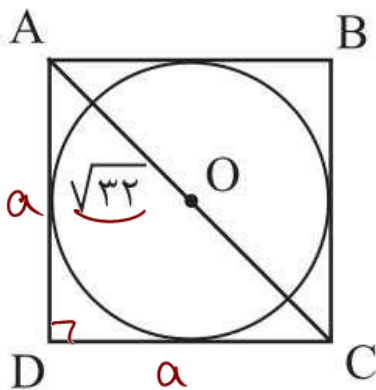


$$\hat{e} = 114^\circ$$

$$d = 57^\circ$$



مثال: در شکل زیر O مرکز دایره است. اگر اندازه قطر مربع $ABCD$ برابر $\sqrt{32}$ باشد، مساحت دایره را به دست آورید. ($\pi \approx 3$).



$$a^2 + a^2 = \sqrt{32}^2$$

$$2a^2 = 32$$

$$a^2 = 16$$

$$a = 4 \Rightarrow \text{قطر دایره} = 4 \Rightarrow \text{شعاع} = 2$$

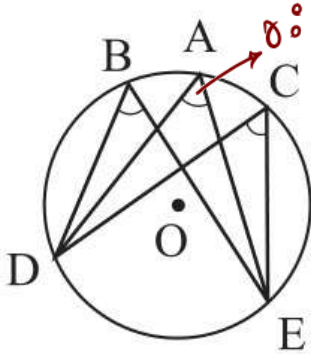
$$\pi R^2 = 3 \times 2^2 = 12$$

عنوان دوره: ریاضی هشتم ویژه امتحان خرداد

شماره جلسه:

پایه: هشتم

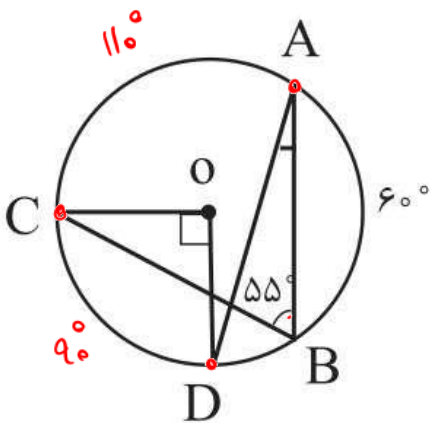
مثال: در شکل مقابل، اگر داشته باشیم: $\frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}{2} = 75^\circ$ باشد، اندازه کمان DE را به دست آورید.



$$\frac{3\hat{A}}{2} = \frac{75^\circ}{1} \Rightarrow 3\hat{A} = 150^\circ \Rightarrow \hat{A} = 50^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{DE}}{2} \Rightarrow 50^\circ = \frac{\widehat{DE}}{2} \Rightarrow \widehat{DE} = 100^\circ$$

مثال: در شکل زیر، اندازه زاویه \hat{A} را به دست آورید.



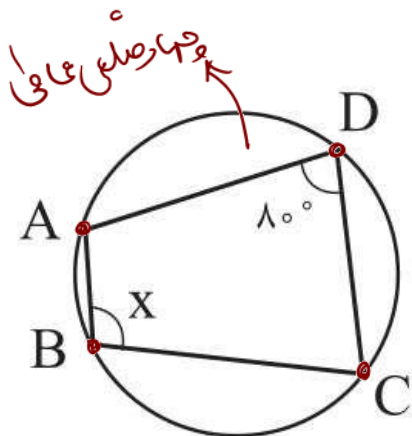
$$\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow 55^\circ = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 110^\circ$$

$$\hat{D} = 9^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 18^\circ$$

$$110^\circ + 18^\circ + 9^\circ = 137^\circ \Rightarrow 360^\circ - 137^\circ = 223^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BD} = 223^\circ \Rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{223^\circ}{2} = 111.5^\circ$$

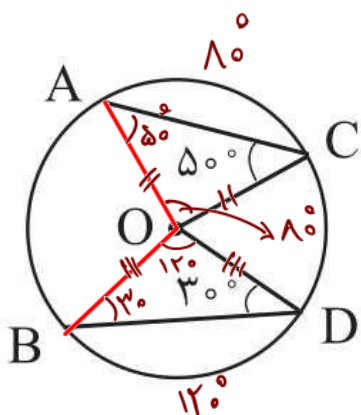
مثال: در شکل زیر اندازه زاویه \hat{B} را به دست آورید.



$$80 + x = 180$$

$$x = 100$$

مثال: در شکل زیر O مرکز دایره است. مجموع کمان های AB و CD را به دست آورید.



$$80 + 120 = 200$$

$$360 - 200 = 160$$

مجموع دو کمان AB و CD