



عنوان دوره: ریاضی پیشرفته

پایه: پنجم شماره جلسه:

مدرس دوره: استاد وحید گوران

مبحث ۱: مفهوم نسبت

رابطه بین دو مقدار همجنس و هم واحد را که نشان می دهد یکی چند برابر دیگری است را نسبت می گوئیم.

هرگاه اندازه دو مقدار طوری تغییر کند که نسبت بین آنها ثابت بماند به آنها دو مقدار متناسب می گوئیم.

مثال نسبت مصرف بنزین به مسافت طی شده

$$\frac{10}{100} = \frac{20}{200} = \frac{25}{250}$$

هرگاه اندازه دو مقدار طوری تغییر کند که نسبت بین آنها ثابت نماند می گوئیم این دو مقدار متناسب نیستند

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2} \neq \frac{15}{25}$$

مثال نسبت بین سن شما و برادرتان

$$\begin{aligned} 15 &= 5 + 10 \\ 25 &= 5 + 20 \end{aligned}$$

برادر ۲ ساله + ۵ = ۱۷

نسبت

$$\frac{2}{4} = \frac{10}{20}$$

مبحث ۲: تناسب

از برابر قرار دادن دو یا چند نسبت تناسب به وجود می آید.

در تناسب ممکن از حالت‌های زیر پیش بیاید:

(۱) تناسب مستقیم

(۲) تناسب مستقیم با نسبت مشترک گیری

(۳) تناسب معکوس

(۴) تناسب مرکب

(۱) تناسب مستقیم:

در تناسب مستقیم با افزایش یا کاهش یکی از اجزاء نسبت نیز در جهت  
به همان شکل افزایش یا کاهش خواهد یافت.

نسبت تعداد دانش آموز به نسبت ۱ به ۲

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{10}{5}$$



عنوان دوره: ریاضی پیشرفته

پایه: پنجم شماره جلسه:

مدرس دوره: استاد وحید گوران

مثال:

۱) یک نقاش ساختمان ۶ متر مربع از دیوار را در ۹ ساعت رنگ می زند اگر بخواهد ۲ متر مربع بیشتر رنگ بزند چند ساعت باید بیشتر کار بکند؟

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

ساعت ۹ : ۳ = ۳ ساعت

متر	۶	۲
ساعت	۹	۳

۹ + ۳ = ۱۲  
کار کردن برای ۱۲ متر

۲) کسر مساوی  $\frac{2}{7}$  که تفاضل صورت و مخرج آن ۵۵ باشد را بنویسید.

نسبت صورت به مخرج ۲ به ۷ است

صورت	۲	۲۲
مخرج	۷	۷۷
اختلاف	۵	۵۵

$$\frac{2}{7} = \frac{22}{77}$$

۳) نسبت زاویه های مثلثی ۳، ۵، و ۷ می باشد اختلاف زاویه بزرگ و کوچک این مثلث چند درجه است؟

مجموع زاویه های هر مثلث داخلی ۱۸۰ درجه است

۳	۳۴
۵	۴۰
۷	۴۳
مجموع	۱۲۰

$$120 - 180 = -60$$

زاویه بزرگ کوچکتر



عنوان دوره: ریاضی پیشرفته

پایه: پنجم شماره جلسه:

مدرس دوره: استاد وحید گوران

(۲) نسبت مشترک گیری:

هرگاه دو تناسب با نسبت مشترک داشته باشیم برای اینکه بتوانیم آنها را در یک جدول تناسب قرار دهیم بهتر است نسبت مشترک را در مخرج قرار داده و سپس مخرج مشترک بگیریم.

نسبت پول علی به محمد ۳ به ۴ است. اگر نسبت پول محمد به حسن ۵ به ۷ باشد.

نسبت پول علی به حسن چقدر است؟

$$\frac{\text{علی}}{\text{محمد}} = \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{\text{محمد}}{\text{حسن}} = \frac{5}{7} = \frac{20}{28}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{علی}}{\text{حسن}} = \frac{15}{28}$$

(۱) نسبت سرعت یک هواپیما و قطار ۲۴ به ۲ است و نسبت سرعت این قطار به یک اتوبوس ۳ به ۱ است. در طول زمانی که هواپیما ۳۶۰۰۰ کیلومتر طی کند. اتوبوس چند کیلومتر طی می کند؟

هواپیما به اتوبوس؟

$$\frac{\text{هواپیما}}{\text{قطار}} = \frac{24}{2} = \frac{72}{6}$$

$$\frac{\text{اتوبوس}}{\text{قطار}} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{هواپیما}}{\text{اتوبوس}} = \frac{72}{2} = \frac{36}{1}$$

هواپیما	۳۶	۳۶۰۰۰
اتوبوس	۱	۱۰۰۰

اتوبوس ده الیگوند  
هر کیلومتر کند.

(۲) نسبت پول مسعود به امین  $\frac{1}{4}$  به  $\frac{1}{5}$  و نسبت پول سعید به محمود مثل  $\frac{1}{3}$  به  $\frac{1}{8}$  است. اگر مجموع پول آنها ۱۷۴۰۰ تومان باشد اختلاف پول امین و محمود چند تومان است؟

۳۴۰۰ (۱) ✓	۲۴۰۰ (۲)	۵۰۰۰ (۳)	۹۴۰۰ (۴)
------------	----------	----------	----------

امین ۳۲  
محمد ۱۵  
مسعود ۴۰

$$\frac{\text{امین}}{\text{مسعود}} = \frac{1}{4} = \frac{32}{128}$$

$$\frac{\text{محمد}}{\text{مسعود}} = \frac{1}{8} = \frac{15}{120}$$

امین	۳۲	۴۴۰۰
محمد	۱۵	۳۰۰۰
مسعود	۴۰	۸۰۰۰
مجموع	۸۷	۱۷۴۰۰

$$- 4400$$

$$- 3000$$

$$\hline 23400$$

اختلاف پول امین و محمد ۲۳۴۰۰



عنوان دوره: ریاضی پیشرفته

پایه: پنجم شماره جلسه:

مدرس دوره: استاد وحید گوران

(۳) نسبت معکوس:

هرگاه به ازای افزایش یک جزء نسبت جزء دیگر به صورت متناسب با آن کوچک شود یعنی نسبت‌ها با هم رابطه عکس داشته باشند با مسئله نسبت معکوس نسبت سر و کار داریم.

$$\frac{۵ \text{ کارگر}}{۲ \text{ ماه}} = \frac{۱۲}{۳}$$

فرض کنید قرار است خانه خود را بسازید شما ۵ کارگر دارید و ساخت خانه دو ماه تمام می شود. حال شما ۷ کارگر دیگر استخدام می کنید. زمان ساخت خانه بیشتر خواهد شد؟ یا کمتر؟ مسلماً کمتر خواهد شد.

همانطور که در این مثال ساده دیدید با افزایش کارگران (جزء اول نسبت) زمان (جزء دوم نسبت) کاهش می یابد پس نسبت از نوع معکوس است و به کمک همین مثال می توان نوع نسبت، یعنی نسبت مستقیم یا

نسبت معکوس را به راحتی تشخیص داد

$$\frac{۵ \times ۲}{۲ \times ۲} = \frac{۱۰}{۴} = \frac{۵}{۲} = \frac{۲۵}{۱۰}$$

۲۵ روز

۱- ۴ نجار کاری را در مدت ۵ روز انجام می دهند ۱۰ نجار همین کار را در چند روز انجام می دهند؟

$$\frac{۴ \text{ نجار} \times \text{روز}}{۱۰ \text{ نجار} \times \text{روز}} = \frac{۴ \times ۵}{۱۰ \times ?}$$

$$? = \frac{۴ \times ۵}{۱۰} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲ \text{ روز}$$

۴ نجار تناسب معکوس  
۵ روز  
۱۰ نجار  
؟ روز

۲- ۸ کارگر کاری را در ۲ ساعت تمام می کنند. اگر بخواهیم کار را در  $\frac{۲}{۳}$  ساعت تمام کنند به چند کارگر

نیاز داریم؟

$$\frac{۸ \text{ کارگر} \times \text{ساعت}}{۲ \text{ ساعت} \times \text{کارگر}} = \frac{۸ \times ۲}{۲ \times ?}$$

$$\Rightarrow ? = \frac{۸ \times ۲}{\frac{۲}{۳}} = \left( \frac{۱۶}{\frac{۲}{۳}} \right) = \frac{۱۶ \times ۳}{۱ \times ۲} = ۲۴$$

$$= ۱۶ \div \frac{۲}{۳} = ۱۶ \times \frac{۳}{۲} = ۲۴$$

۸ کارگر  
۲ ساعت  
۸ کارگر  
۲۰ ساعته  
نسبت مستقیم



عنوان دوره: ریاضی پیشرفته

پایه: پنجم شماره جلسه:

مدرس دوره: استاد وحید گوران

۳- برای تولید ۱۰۰ لیتر شیر ۸ گاو در ۶ روز شیر می دهند. برای تولید همین مقدار شیر ۶ گاو باید چند روز شیر بدهند؟

$$\begin{array}{l} \text{اوز} \times \text{گاو} \\ ۸ \times ۶ = ۴۸ \\ \text{اوز} \times \text{گاو} \\ ۶ \times ? = ۴۸ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \uparrow \\ ۸ \text{ گاو} \\ \downarrow \\ ۶ \text{ اوز} \end{array}$$

$$? = \frac{۸ \times ۶}{۶} = ۸$$

$$۸ \times ۶ = ۴۸ \rightarrow ۴۸ \div ۶ = ۸$$

$$\frac{۸ \times ۶}{۶} = \frac{۴۸}{۶} = ۸$$

۴- نسبت مرکب:

تناسب مرکب تناسب است که با زیاد شدن مقداری بعضی مقدارها زیاد شده و بعضی مقدارها کم می شود. آنها که با هم نسبت معکوس دارند در هم ضرب شده و مقدارهایی که با هم زیاد یا با هم کم می شوند یعنی نسبت مستقیم دارند بر هم تقسیم میشود

۱- ۴ موش ۴ کیلوگرم پنیر را در ۴ دقیقه می خورند. ۱۰۰ موش ۵۰ کیلو گرم پنیر را در چند دقیقه میخورند؟

$$\begin{array}{l} \text{موش} \\ \text{کیلوگرم پنیر} \\ \text{دقیقه} \end{array}$$

$$۴ \times \frac{۴}{۴} \times ۴ = ۱۰۰ \times \frac{۱}{۵۰} \times ?$$

$$۴ = ۲ \times ? \rightarrow ? = \frac{۴}{۲} = ۲$$

$$۴ \times \frac{۴}{۴} = \frac{۴}{۱}$$

$$۴ \times \frac{۱}{۵۰} = \frac{۴}{۵۰} = ۱$$

$$۱۰۰ \times \frac{۱}{۵۰} = \frac{۱۰۰}{۵۰} = ۲$$



عنوان دوره: ریاضی پیشرفته

پایه: پنجم شماره جلسه:

مدرس دوره: استاد وحید گوران

۲- ۸ گاو در ۵ روز ۱۰۰ لیتر شیر می دهند. ۶ گاو در چند روز ۱۵۰ لیتر شیر می دهند؟

سیر × روز × گاو      سیر × روز × گاو

$$۸ \times ۵ \times ۱۰۰ = ۶ \times ? \times ۱۵۰$$

گاو و معکوس  
روز

گاو مستقیم و سیر  
سیر

$$۸ \div ۱۰۰ = \frac{۱}{۱۰۰}$$

$$۸ \times \frac{۱}{۱۰۰}$$

$$\frac{۴۰}{۱۰۰} = ? \times \frac{۶}{۱۵۰}$$

$$? = \frac{\frac{۴۰}{۱۰۰}}{\frac{۶}{۱۵۰}} = \frac{۴۰ \times ۱۵۰}{۶ \times ۱۰۰} = \frac{۱۰}{۱} = ۱۰$$

۳- ۵ نفر با روزی ۶ ساعت کار  $\frac{۱}{۲}$  واحد از کاری را در ۴ روز انجام می دهند. ۶ نفر با روزی ۴ ساعت کار  $\frac{۴}{۵}$  واحد از زمان کار را در چند روز انجام می دهند؟

اوز × واحد × ساعت × نفر = روز × واحد × ساعت × نفر

$$۵ \times ۴ \times ۲ \times ۳ = ۶ \times ? \times ۴ \times ۵$$

نفر و معکوس  
ساعت

$$۲۴۰ = ۳۰ \times ?$$

نفر مستقیم و واحد  
معکوس

$$? = \frac{۲۴۰}{۳۰} = ۸ \text{ اوز}$$

نفر و معکوس  
روز