



# آکادمی آنلاین تیز لاین

## قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری

مشاوره تخصصی

با اسکن QR کد روبرو  
وارد صفحه اینستاگرام  
آکادمی تیز لاین شو و از  
محتوه های آموزشی  
رایگان لذت ببر



TIZLINE.IR

برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیز لاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیز لاین کلیک کنید

# آکادمی آموزشی تیزلاین

به نام او  
آزمون هندسه

مدت زمان آزمون: ۵ ساعت

دوره تابستانی المپیاد ریاضی، سال ۹۹

جذبک اساتید بزرگهای کشوری تیزهوشان و کنکور

۱. لوزی  $ABCD$  با دایره محاطی  $\omega$  مفروض است. وسط ضلع  $AB$  را  $M$  می‌نامیم. نقطه‌ی  $K$  داخل لوزی و روی  $\omega$  قرار دارد به طوری که  $MK$  بر  $\omega$  مماس است. ثابت کنید نقاط  $M, K, D$  و  $C$  روی یک دایره قرار دارند.

۲. مثلث  $ABC$  با دایره محیطی  $\Gamma$  داده شده است. نقاط  $D$  و  $E$  روی ضلع  $BC$  قرار دارند به طوری که  $BC$  دایره‌ی  $\omega$  در  $A$  بر  $AD$  مماس است و مرکز آن روی  $\Gamma$  قرار دارد. قرینه‌ی  $A$  نسبت به  $BC$  را  $A'$  می‌نامیم. فرض کنید خط  $A'E$  دایره‌ی  $\omega$  را در نقاط  $K$  و  $L$  قطع کند. ثابت کنید محل برخورد  $BK$  و  $CL$ ، یا محل برخورد  $BL$  و  $CK$  روی دایره‌ی  $\Gamma$  قرار دارد.

۳. دایره‌ی  $\Omega$  به مرکز  $J_a$ ، دایره محاطی خارجی نظیر رأس  $A$  در مثلث  $ABC$  است، که در  $E$  و  $F$  به ترتیب بر اضلاع  $AC$  و  $AB$  مماس است. فرض کنید نقطه‌ی  $D$  قرینه‌ی  $A$  نسبت به خط  $BI_a$  و نقطه‌ی  $K$  محل تقاطع خطوط  $EF$  و  $DI_a$  باشد. ثابت کنید مرکز دایره محیطی مثلث  $DKE$ ، وسط  $I_a$  و  $BC$  و همخط هستند.

۴. مثلث  $ABC$  با مرکز دایره محیطی  $O$  و مرکز دایره محاطی  $I$  داده شده است. نقطه‌ی  $D$  پای نیمساز خارجی راس  $A$  در مثلث  $ABC$  و نقطه‌ی  $I_a$  مرکز دایره محاطی خارجی نظیر رأس  $A$  در مثلث  $ABC$  است. نقطه‌ی  $K$  روی امتداد خط  $IA$  از طرف  $A$  قرار دارد به طوری که  $AK = 2AI$ . اگر پاره‌خط  $DF$  قطر دایره محیطی مثلث باشد، ثابت کنید  $KDI_a \cdot OF = 3OI$ .

موفق باشید!

@mathmovie6

@Tizline.ir

# آکادمی آموزشی تیزلاین

با حضور اساتید بزرگده کشوری تیزهوشان و کنکور

به نام او  
آزمون نظریه اعداد

مدت زمان آزمون: ۵ ساعت

دوره تابستانی المپیاد ریاضی، سال ۹۹

۱. تمام اعداد طبیعی  $n$  را بباید که

$$\tau(n) | 2^{\sigma(n)} - 1$$

(( $\tau$  و  $\sigma$  به ترتیب، تعداد مقسوم علیه ها و جمع مقسوم علیه های  $n$  هستند.)

۲. تمام چندجمله ای های ناثابت  $P \in \mathbb{Z}[X]$  را بباید که برای هر عدد طبیعی  $n$ ، همه ریشه های  $P^n(x)$  صحیح باشند.

(منظور از  $P^n(x)$ ، همان  $\underbrace{P(P(\dots(P(x))\dots))}_n$  می باشد.)

۳. تمام توابع  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  را بباید که در دو شرط زیر صدق کند:

i.  $\forall n \in \mathbb{N} : f(n) < f(n+1) < f(n) + 2020$

ii.  $\forall n \in \mathbb{N} : f(S(n)) = S(f(n))$

(منظور از  $S(n)$ ، جمع ارقام  $n$  در مبنای ۱۰ است.)

۴. دو عدد طبیعی بزرگتر از ۱ هستند. ثابت کنید نامتناهی عدد طبیعی  $n$  موجود است به طوری که اعداد صحیح نامنفی  $k$  و  $t$  موجود نباشند که

$$\varphi(a^n - 1) = b^k - b^t$$

موفق باشید!

@mathmovie6

@Tizline.ir

# آکادمی آموزشی تیزلاین

به نام او  
آزمون جبر

مدت زمان آزمون: ۵ ساعت

دوره تابستانی المپیاد ریاضی، مهر ۹۹

۱. همه توابع  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  را بباید که برای هر  $x, y \in \mathbb{R}$  داشته باشیم.

$$f(y - f(x)) = f(x) - 2x + f(f(y))$$

۲. فرض کنید  $n$  اعدادی حقیقی هستند. ثابت کنید  $(a_k), (b_k), (c_k), k = 1, 2, \dots, n$

$$\sqrt{\sum_1^k (3a_k - b_k - c_k)^2} + \sqrt{\sum_1^k (3b_k - c_k - a_k)^2} + \sqrt{\sum_1^k (3c_k - a_k - b_k)^2} \geq \sqrt{\sum_1^k a_k^2} + \sqrt{\sum_1^k b_k^2} + \sqrt{\sum_1^k c_k^2}$$

۳. همه زیرمجموعه های متناهی  $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_k\}$  از اعداد صحیح را بباید که یک تابع یک به یک یافت شود که برای هر  $n \in \mathbb{N}$  داشته باشیم:

$$\{f^n(x) - x | x \in \mathbb{R}\} = \{a_1 + n, a_2 + n, a_3 + n, \dots, a_k + n\}$$

(.  $f^n(x) = f(f(x))$  در اینجا  $n$  بار ترکیب تابع  $f$  با خودش است مثلا)

۴. چندجمله ای  $1 + x^{n_1} + x^{n_2} + \dots + x^{n_{1398}}$  را ویژه گوییم هر گاه اعداد طبیعی  $n_1, n_2, \dots, n_{1398}$  متمایز باشند. آیا مجموعه نامتناهی از چندجمله ای ها با ضرایب حقیقی وجود دارد که ضرب هر دو عضوش ویژه شود.

موفق باشید!

@mathmovie6

@Tizline.ir

# آکادمی آموزشی تیزلاین

جذب‌فروز اساتید بزرگ‌دی کشوری تیزهوشان و کنکور

به نام او  
آزمون ترکیبیات

مدت زمان آزمون: ۵ ساعت

دوره تابستانی المپیاد ریاضی، مهر ۹۹

۱. الف) یک گراف  $2n$  راسی بدون برش (راس های یکسان) داریم. ثابت کنید اگر این گراف  $2 + n$  یال داشته باشد، حتماً  $n$  راس مستقل می‌توان پیدا کرد (یعنی هیچ یالی بین آن‌ها نباشد).

ب) تعداد گراف‌های  $2n$  راسی را بیابید که  $3 + n$  یال داشته باشد ولی هیچ مجموعه مستقل  $n$  تایی نداشته باشد.

۲. به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا  $n$  را دور دایره چید به طوری که اگر دو قطر واصل اعداد  $(a, b)$  و  $(c, d)$  باهم برخورد کرده بودند آنگاه داشته باشیم

$$a + b \not\equiv c + d \pmod{n}$$

فرض کنید  $4 \geq n$  و اگر دو چینش با دوران به هم تبدیل شوند یکسان به حساب می‌آیند.

۳. یک مربع لاتین  $n \times n$  در اختیار داریم. در هر حرکت می‌توانیم یک خانه از این جدول را انتخاب کرده و به آن خانه و تمامی خانه‌های هم سطر آن و تمامی خانه‌های هم ستون آن همگی یک واحد اضافه کنیم و یا از همگی یک واحد کم کنیم. ثابت کنید با استفاده از این حرکات، می‌توان به تمامی حالات مربع لاتین رسید. (در مراحل میانی لزومی نیست که مربع، لاتین بماند. خانه‌های هر کدام می‌توانند چند بار انتخاب شوند.)

۴. حداقل چند زیرمجموعه ۵ عضوی از  $\{1, 2, \dots, 20\}$  می‌توان انتخاب کرد که اشتراک هر دو تا از آن‌ها تک عضوی باشد؟

موفق باشید!

@mathmovie6

@Tizline.ir



# آکادمی تیز لاین

برگزار می کند:

دوره سالانه

بُخْفِيف و بِرَاه  
بِرَا شِيزلايني ها

دکتر مینثم کوهگرد

کلاس آنلاین المپیاد  
فیزیک (سطح یک)

پنجشنبه ها ۱۸:۱۰ تا ۱۹:۳۰  
شروع از ۲۲ آبان

۵ جلسه  
۶۰ هزار تومان

دکترا فشن به مرام

کلاس آنلاین المپیاد  
ایاضی (سطح یک)

یکشنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۲۱:۱۵  
شروع از ۲۳ آبان

۵ جلسه  
۶۰ هزار تومان

دکتر رضارحمت الهزاده

کلاس آنلاین المپیاد  
شیمی (سطح یک)

شنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۲۱:۱۵  
شروع از ۲۲ آبان

۵ جلسه  
۶۰ هزار تومان

دکتر قربانی

کلاس آنلاین المپیاد  
زیست‌شناسی (سطح دو)

سه شنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۲۱:۱۵  
شروع از ۲۵ آبان

۲۰ جلسه  
۸۰ هزار تومان

دکتر مینثم کوهگرد

کلاس آنلاین المپیاد  
فیزیک (سطح دو)

پنجشنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۲۱:۱۵  
شروع از ۲۷ آبان

۲۰ جلسه  
۸۰ هزار تومان

دکتر قربانی

کلاس آنلاین المپیاد  
زیست‌شناسی (سطح یک)

سه شنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۱۸:۳۰  
شروع از ۲۵ آبان

۵ جلسه  
۶۰ هزار تومان



ثبت نام در سایت رسمی



tizline.ir



www.tizline.ir

۰۲۱-۹۱۳۰۲۰۰۲

۰۹۳۳-۳۸۴۰۲۰۲



# آکادمی آموزشی تیز لاین

با حضور استاد بزرگیه کشوری تیز هوشان و کنکور

## تقویم آموزشی آکادمی تیز لاین

سال ۱۴۰۱-۱۴۰۰

#تیزلاین\_شو

ترم دو  
دوره سالانه

آغاز ثبت نام: ۱ دی

شروع دوره: ابهمن  
پایان دوره: ۲۵ اردیبهشت

۱۵ جلسه

ترم یک  
دوره سالانه

آغاز ثبت نام: شهریور

شروع دوره: ۱۰ مهر  
پایان دوره: ۱۸ دی

۱۵ جلسه

ترم  
تابستان

آغاز ثبت نام: ۱۰ خرداد

شروع دوره: ۱۲ تیر

پایان دوره: ۲۰ شهریور

۱۰ جلسه

آنلاین تخصص ماست

کلاس، آزمون، مشاوره، تکلیف

ثبت نام در سایت رسمی آکادمی تیز لاین [www.Tizline.ir](http://www.Tizline.ir)

آزمون های هماهنگ از ۲۵ مهر تا ۱۱ اردیبهشت

@mathmovie6

@Tizline.ir