



# آکادمی آنلاین تیز لاین

## قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری

مشاوره تخصصی

با اسکن QR کد روبرو  
وارد صفحه اینستاگرام  
آکادمی تیز لاین شو و از  
محتوه های آموزشی  
رایگان لذت ببر



TIZLINE.IR

برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیز لاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیز لاین کلیک کنید

# آکادمی آموزشی تیزلاین

با حضور اساتید بزرگده کشوری تیزهوشان و کنکور

به نام او  
آزمون هندسه

مدت زمان آزمون: ۲۷۰ دقیقه

دوره تابستانی المپیاد ریاضی، شهریور ۱۴۰۰

برنجی همایش کلاس و آزمون در سراسر کشور

۱. مثلث حاده‌الزاویه  $ABC$  مفروض است. فرض کنید  $D$  پای ارتفاع نظیر رأس  $A$  باشد. از  $D$  بر دایره‌هایی به قطر  $AB$  و  $AC$  مماس‌هایی رسم می‌کنیم تا این دوایر را به ترتیب در نقاط  $K$  و  $L$  قطع کنند. نقطه  $S$  به گونه‌ای است که  $\angle ABC + \angle ABS = \angle ACB + \angle ACS = 180^\circ$  هم‌دایره‌اند.
۲. در مثلث حاده‌الزاویه  $ABC$  وسط  $AB$  را  $M$  می‌نامیم. خط  $l$  از نقطه  $M$  می‌گذرد و بر  $CM$  عمود است. نقطه  $K$  در طرف دیگر خط  $AC$  نسبت به  $B$  و روی خط  $l$  قرار دارد به‌طوری که  $\angle KAC = 180^\circ - \angle ABC$ . از  $A$  بر  $CM$  دایره محیطی  $ABC$  مماسی رسم می‌کنیم تا  $CK$  را در  $E$  قطع کند. ثابت کنید قرینه خط  $BC$  نسبت به از وسط پاره خط  $ME$  می‌گذرد.
۳. در مثلث  $ABC$  نقاط متغیر  $X, Y$  به ترتیب روی پاره‌خط‌های  $AB, AC$  هستند. نقطه  $Z$  روی خط  $BC$  قرار دارد به‌طوری که  $ZX = ZY$ . دایره محیطی  $XYZ$  خط  $XYZ$  را برای بار دوم در  $T$  قطع می‌کند. روی  $XY$  به گونه‌ای قرار دارد که  $\angle PTZ = 90^\circ$ . نقاط  $A$  و  $Q$  در یک طرف خط  $XY$  قرار دارند و داریم:  $\angle QYX = \angle ABP$  و  $\angle QXY = \angle ACP$ .

@mathmovie6

@Tizline.ir

# آکادمی آموزشی تیزلاین

با حضور اساتید بزرگده کشوری تیزهوشان و کنکور

به نام او  
آزمون نظریه اعداد

مدت زمان آزمون: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه

دوره تابستانی المپیاد ریاضی، شهریور ۱۴۰۰

۱. برای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $f(n)$  برابر با تعداد اعداد طبیعی کمتر از  $n$  است که نسبت به  $n$  اول نیستند و مقسوم علیهی از  $n$  نیز نیستند. به عنوان مثال  $f(12) = 3$  است زیرا در میان اعداد کمتر از ۱۲ تنها اعداد ۸، ۹ و ۱۰ خاصیت گفته شده را دارند.  
ثابت کنید برای هر عدد طبیعی  $k$ ، تنها متناهی عدد طبیعی  $n$  موجود است که  $f(n) = k$  باشد.

۲. تمام توابع  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  را بیابید که برای هر دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$  داشته باشیم

$$f^a(b) + f^b(a) \mid 2(f(ab) + b^2 - 1)$$

منظور از  $f^a(b)$  همان  $\underbrace{f(f(\cdots f}_a(b))\cdots)$  است.

۳.  $x_1$  عددی طبیعی و ثابت است. ثابت کنید عدد طبیعی  $m > 2500$  موجود نیست که دنباله بازگشتی  $\{x_i\}_{i=1}^{\infty}$  با شرط  $1 \leq x_{n+1} = x_n^{S(n)} + x_{n+T}$  از جایی به بعد به پیمانه  $m$  متناوب باشد. (یعنی اعداد طبیعی  $N$  و  $T$  یافت شوند که برای هر عدد طبیعی  $n \geq N$ ،  $x_{n+T} = x_n$  و به پیمانه  $m$  برابر باشند.)  
منظور از  $S(n)$  جمع ارقام عدد  $n$  در مبنای ۱۰ است.

@mathmovie6

@Tizline.ir

# آکادمی آموزشی تیزلاین

به نام او  
آزمون جبر

مدت زمان آزمون: ۲۷۰ دقیقه

دوره تابستانی المپیاد ریاضی، شهریور ۱۴۰۰

۱. فرض کنید  $a, b, c, d$  اعدادی حقیقی و مثبت هستند طوری که  $a + b + c + d = 4$ . ثابت کنید

$$\frac{ab}{a^2 - \frac{4}{3}a + \frac{4}{3}} + \frac{bc}{b^2 - \frac{4}{3}b + \frac{4}{3}} + \frac{cd}{c^2 - \frac{4}{3}c + \frac{4}{3}} + \frac{da}{d^2 - \frac{4}{3}d + \frac{4}{3}} \leq 4$$

۲. اگر  $a, b, c, d$  اعدادی مختلط و ناصفر باشند طوری که:

$$2|a - b| \leq |b|, 2|b - c| \leq |c|, 2|c - d| \leq |d|, 2|d - a| \leq |a|$$

$$\left| \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c} + \frac{a}{d} \right| \geq \frac{7}{2}$$

ثابت کنید

۳. فرض کنید چندجمله‌ای  $P$  با ضرایب حقیقی و نامنفی و تابع  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  داده شده‌اند به‌گونه‌ای که برای هر  $x, y$  حقیقی و مثبت داشته باشیم:

$$f(x + P(x)f(y)) = (y + 1)f(x)$$

الف) ثابت کنید چندجمله‌ای  $P$  از درجه حداقل یک است.

ب) همه توابع  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  و چندجمله‌ای‌های غیرثابت  $P$  با ضرایب حقیقی و نامنفی را بیابید که در تساوی بالا صدق کنند.

با حضور اساتید بزرگ‌دی کشوری تیزهوشان و کنکور

# آکادمی آموزشی تیزلاین

به نام او  
آزمون پایان دوره

مدت زمان آزمون: ۵ ساعت

دوره تابستانی المپیاد ریاضی، شهریور ۱۴۰۰

۱. آیا می‌توان اعداد ۱ تا ۸ را روی رئوس یک مکعب قرار داد به‌گونه‌ای که هر عدد مجموع ۳ عدد مجاورش را عاد کند؟ (دقیقاً یک بار استفاده شود.)

۲. در مثلث حاده‌الزاویه  $ABC$ ، ارتفاع  $AD$  و مرکز ارتفاعی  $H$  مفروض است. قرینه  $H$  نسبت به رأس  $A$  را  $E$  می‌نامیم. نقطه  $X$  روی دایره محیطی مثلث  $BDE$  قرار دارد به طوری که  $DX \parallel AC$  و نقطه  $Y$  روی دایره محیطی مثلث  $CDE$  قرار دارد به طوری که  $DY \parallel AB$  است. ثابت کنید دایره محیطی مثلث  $AXY$  بر دایره محیطی مثلث  $ABC$  مماس است.

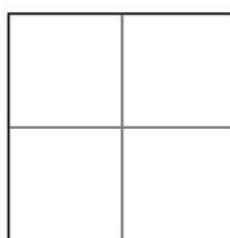
۳. تمام توابع  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Q}[x]$  را بیابید که در دو شرط زیر صدق کنند:

الف) برای هر  $f(P \circ Q) = f(Q \circ P)$  :  $P, Q \in \mathbb{Q}[x]$

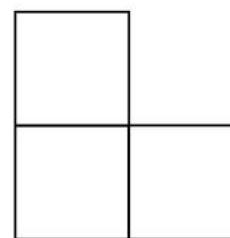
ب) برای هر  $f(PQ) = f(P) + f(Q)$  :  $PQ \neq 0$  که  $P, Q \in \mathbb{Q}[x]$

(منظور از  $P \circ Q$  ترکیب دو چندجمله‌ای  $P, Q$  است بدین معنی که  $(P \circ Q)(x) = P(Q(x))$  و منظور از  $PQ$  هم ضرب این دو چندجمله‌ای است).

۴. آرش و بابک به نوبت باهم بازی زیر را بر روی یک جدول  $1401 \times 1400$  انجام می‌دهند. آرش بازی را شروع می‌کند و در هر نوبت خود  $k$  تا کاشی  $L$ -شکل (کاشی شکل زیر و دوران‌های  $90^\circ$ ،  $180^\circ$  و  $270^\circ$  درجه‌ی آن) از جدول را رنگ می‌کند. بابک نیز در هر نوبت خود یک کاشی  $2 \times 2$  را رنگ می‌کند. هر خانه حداکثر یک بار می‌تواند رنگ شود و هر کس که نتواند در نوبت خود کاشی‌ای را رنگ کند بازنشده است. تمام اعداد طبیعی  $k$  را بیابید که آرش استراتژی برد داشته باشد.



کاشی بابک



کاشی آرش



# آکادمی تیز لاین

برگزار می کند:

دوره سالانه

بُخْفِيف و بِرَاه  
بِرَا شِيزلايني ها

دکتر مینثم کوهگرد

کلاس آنلاین المپیاد  
فیزیک (سطح یک)

پنجشنبه ها ۱۸:۱۰ تا ۱۹:۳۰  
شروع از ۲۲ آبان

۵ جلسه  
۶۰ هزار نو ماد

دکترا فشن به مرام

کلاس آنلاین المپیاد  
ایاضی (سطح یک)

یکشنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۲۱:۱۵  
شروع از ۲۳ آبان

۵ جلسه  
۶۰ هزار نو ماد

دکتر رضارحمت الهزاده

کلاس آنلاین المپیاد  
شیمی (سطح یک)

شنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۲۱:۱۵  
شروع از ۲۲ آبان

۵ جلسه  
۶۰ هزار نو ماد

دکتر قربانی

کلاس آنلاین المپیاد  
زیست شناسی (سطح دو)

سه شنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۲۱:۱۵  
شروع از ۲۵ آبان

۲۰ جلسه  
۸۰ هزار نو ماد

دکتر مینثم کوهگرد

کلاس آنلاین المپیاد  
فیزیک (سطح دو)

پنجشنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۲۱:۱۵  
شروع از ۲۷ آبان

۲۰ جلسه  
۸۰ هزار نو ماد

دکتر قربانی

کلاس آنلاین المپیاد  
زیست شناسی (سطح یک)

سه شنبه ها ۱۵:۲۰ تا ۱۸:۳۰  
شروع از ۲۵ آبان

۵ جلسه  
۶۰ هزار نو ماد

۰۲۱-۹۱۳۰۲۲۰۲



ثبت نام در سایت رسمی



tizline.ir

www.tizline.ir

۰۹۳۳-۳۸۴۰۲۰۲



# آکادمی آموزشی تیز لاین

با حضور استاد بزرگیه کشوری تیز هوشان و کنکور

## تقویم آموزشی آکادمی تیز لاین

سال ۱۴۰۱-۱۴۰۰

#تیزلاین\_شو

ترم دو  
دوره  
سالانه

آغاز ثبت نام: ۱ دی

شروع دوره: ابهمن

پایان دوره: ۲۵ اردیبهشت

۱۵ جلسه

ترم یک  
دوره  
سالانه

آغاز ثبت نام: شهریور

شروع دوره: ۱۰ مهر

پایان دوره: ۱۸ دی

۱۵ جلسه

ترم  
تابستان

آغاز ثبت نام: ۱۰ خرداد

شروع دوره: ۱۲ تیر

پایان دوره: ۲۰ شهریور

۱۰ جلسه

آنلاین تخصص ماست

کلاس، آزمون، مشاوره، تکلیف

ثبت نام در سایت رسمی آکادمی تیز لاین [www.Tizline.ir](http://www.Tizline.ir)

آزمون های هماهنگ از ۲۵ مهر تا ۱۱ اردیبهشت

@mathmovie6

@Tizline.ir