

گروه آموزشی تیزلاین

عبارت جبری (جمع بندی)

مدرس: میثم بهرامی جویا

معادله

یک تساوی که در آن مقدار مجهول مورد نظر را می توانیم به دست آوریم.

مثال: معادلات زیر را حل کنید.



$$\text{الف) } 5x - 8 = 2x + 7$$

$$5x - 2x = 7 + 8 \rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{15}{3} \rightarrow x = 5$$

$$\text{ب) } 2(x - 2y) + y = 3(x - 2) - 3y + 1$$

$$2x - 4y + y = 3x - 6 - 3y + 1$$

$$2x - 3y = 3x - 3y - 5 \rightarrow 2x - 3y - 3x + 3y = -5$$

$$\frac{-1x}{-1} = \frac{-5}{-1} \rightarrow x = +5$$

مثال: معادلات زیر را حل کنید.



ج) $\frac{x+1}{3} - 1 = \frac{x}{2}$

$$\frac{x+1}{3} - \frac{3}{3} = \frac{x}{2} \rightarrow \frac{x+1-3}{3} = \frac{x}{2}$$

$$\frac{x-2}{3} = \frac{x}{2}$$

$$\rightarrow 2(x-2) = 3x$$

$$\rightarrow 2x - 4 = 3x$$

$$\boxed{x = -4}$$

د) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x + 1$

$$\frac{2 \times 4}{3 \times 4}x - \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2}x + \frac{1}{1}$$

$$\frac{8x - 3}{12} = \frac{2x + 12}{2}$$

$$\frac{8x}{12} = \frac{2x + 12}{2}$$

$$\frac{2x}{3} = \frac{2x + 12}{2}$$

$$\rightarrow x = 5, 5$$

مثال: به کمک معادله مسایل زیر را حل کنید.



$$\underline{x} + \underline{x+1} + \underline{x+2} = 49$$

$$3x + 3 = 49 \rightarrow 3x = 49 - 3 \rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{46}{3} \rightarrow x = 22$$

الف) مجموع سه عدد متوالی ۶۹ است. عدد کوچکتر را بیابید.

طبیعی

۲۲، ۲۳، ۲۴

ب) مجموع چهار عدد فرد متوالی ۵۶ است. عدد سوم کدام است؟

$$\underline{x} + \underline{x+2} + \underline{x+4} + \underline{x+6} = 56$$

$$4x + 12 = 56 \rightarrow 4x = 56 - 12 \rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{44}{4} \rightarrow x = 11$$

۱۱ ۱۳ ۱۵ ۱۷



تست: پدري ۳۸ ساله يك جفت دوقلوي ۷ ساله دارد. چند سال بعد مجموع سن دوقلوها برابر با سن پدر می شود؟

- ۲۴ (۴) ✓ x ۳۱ (۳) ۲۸ (۲) ۳۲ (۱)

$$\begin{array}{|c|} \hline V + x \\ \hline V + x \\ \hline \end{array}$$

$$38 + x$$

$$V + x + V + x = 38 + x$$

$$14 + 2x = 38 + x \rightarrow 2x - x = 38 - 14$$

$$x = 24$$

تست: اختلاف سن دو برادر ۵ سال است. اگر مجموع سن آنها ۴۳ سال باشد سن برادر کوچکتر چقدر است؟

۱۵ (۴)

۱۹ (۳) ✓

۲۱ (۲)

۱۷ (۱)

برادر کوچک x

برادر بزرگ $x + 5$

$$x + x + 5 = 43$$

$$2x + 5 = 43 \rightarrow 2x = 43 - 5$$

$$2x = 38$$

$$x = 19$$

اتحاد

دو عبارت را متحد می‌گوییم اگر به ازای هر مقداری، حاصل دو طرف برابر شود.

$$\underbrace{x(x-2)}_{x^2-2x} = \underbrace{x^2-2x}_{x^2-2x},$$

$$(x-1)(x-5) = x^2 - 6x + 5$$

تست: اگر دو عبارت $ax^2 + bx + 3$ ، $(2x - 1)(x - 3)$ با هم متحد باشند، حاصل $a - b$ کدام است؟

-۹ (۴)

۹ (۳) ✓

-۵ (۲)

۵ (۱)

$$(2x-1)(x-3) = ax^2 + bx + 3$$

$$2x^2 - 4x - 1x + 3$$

$$2x^2 - 5x + 3 = ax^2 + bx + 3$$

$$a = 2$$

$$b = -5$$

$$a - b = 2 - (-5) = 7$$

اتحاد مربع دو جمله ای

~~$a^2 + b^2$~~

$$(a + b)^2 = a^2 + \underline{\underline{2ab}} + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - \underline{\underline{2ab}} + b^2$$

$$(x + 3)^2 = x^2 + 9 + 4x$$

$$2 \times x \times 3 = 4x$$

$$(a - 5)^2 = a^2 + 25 - 10a$$

$$2 \times a \times 5$$



مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 2x \times 1 = 4x$$

الف) $(2x - 1)^2 = 4x^2 + 1 - 4x$

ب) $(2 + \sqrt{2})^2 = 4 + 2 + 4\sqrt{2} = 6 + 4\sqrt{2}$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4}, \quad 2 \times 2 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

ج) $(x + 2)^2 - (x - 2)^2 \rightarrow (x^2 + 4 + 4x) - (x^2 + 4 - 4x) = \cancel{x^2} + 4 + 4x - \cancel{x^2} - 4 + 4x = 8x$

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4 + 4x$$

$$(x - 2)^2 = x^2 + 4 - 4x$$

اتحاد مزدوج

$$(\underline{a} \ominus \underline{b})(\underline{a} \oplus \underline{b}) = a^2 - b^2$$

$$(x+2)(x-2) = x^2 \ominus 4$$



مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$\text{الف) } (2x - \frac{1}{3})(2x + \frac{1}{3}) = 4x^2 - \frac{1}{9}$$

$(2x)^2$

$$\text{ب) } \underbrace{(x-1)(x+1)}_{x^2-1} (x^2+1)(x^4+1) = \underbrace{(x^2-1)(x^2+1)}_{x^4-1} (x^4+1) = \underbrace{(x^4-1)(x^4+1)}_{x^8-1} = x^8-1$$

$$\underbrace{(x-2)(x+2)}_{x^2-4} \underbrace{(x-1)(x+1)}_{x^2-1} = (x^2-4)(x^2-1)$$

$$2 \times 2 \times 3$$

$$(x-3)^2 = x^2 + 9 - 6x$$

$$= \underbrace{x^2 - 6x + 9}_{2} = 11$$

تست: اگر $x^2 - 6x = 2$ باشد حاصل $(x-3)^2$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۹ (۳)

۱۳ (۲)

۱۱ (۱) ✓



تست: اگر $x = 2$, $y = 1$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\underbrace{(x-y)}_{\text{red}} (x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$$

$$\underbrace{(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x^4+y^4)}_{x^4-y^4} = x^4 - y^4 \xrightarrow[\substack{y=1 \\ x=2}]{\substack{206(4) \\ 200(3) \\ 74(2) \\ 73(1)}} 2^4 - 1^4 = 16 - 1 = \frac{15}{x-y} = \frac{15}{2-1} = 15$$

تست: مجموع اعدادی که در جای خالی قرار می گیرند کدام است؟

$$(2x - \dots)^2 = 4x^2 - 12x + 9.$$

۱۲ (۴) ✓

۹ (۳)

۱۵ (۲)

۱۸ (۱)

$$2 \times 2x \times \dots = 12x$$

$$4x \times \dots = 12x$$



اتحاد مربع سه جمله‌ای

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(x - 2y + 3)^2 = x^2 + 4y^2 + 9 - 4xy + 4x - 12y$$

$$2 \times x^+ \times 2y^- = 4xy$$

$$2 \times x^+ \times 3^+ = 4x$$

$$2 \times 2y^- \times 3^+ = 12y$$

اتحاد یک جمله مشترک

$$\underline{(x + a)} \underline{(x + b)} = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\underline{(x + 2)} \underline{(x - 1)} = x^2 + (2 - 1)x - 1$$
$$\underline{x^2 + 2x - 1}$$

ساده ای



مثال: حاصل عبارت زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(x - 2)(x - 8) - (x - 4)(x + 4)$$

$$x^2 - 10x + 16 - (x^2 - 16) = x^2 - 10x + 16 - x^2 + 16 = -10x + 32$$

تجزیه

تبدیل یک عبارت به حاصل ضرب چند عبارت را تجزیه عبارت جبری می نامیم.

مراحل تجزیه

الف) استفاده از فاکتورگیری ✓

ب) استفاده از اتحادها ✓



مثال: عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$\text{الف) } \underline{2x(a+b)} + \underline{y(a+b)} = (a+b)(2x+y)$$

$$\text{ب) } x^3 - 4x = x \underline{(x^2 - 4)} = x(x-2)(x+2)$$

$$(a-b)(a+b) = (a^2 - b^2)$$

مثال: عبارت های زیر را تجزیه کنید.



$$\text{ج) } 2x^2 - \frac{2}{9} = 2 \left(x^2 - \frac{1}{9} \right) = 2 \left(x - \frac{1}{3} \right) \left(x + \frac{1}{3} \right)$$

$$\text{د) } x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

سه جمله ای بود از اعداد جمله مشترک

$$\text{ه) } x^3 - 7x^2 - 8x = x(x^2 - 7x - 8) = x(x - 8)(x + 1)$$

کتاب نهم

کتاب گاج (معمولی)
سه بعدی نشر الگو (متوسط و بالاتر)
تست پیشتاز خیلی سبز (سطح بالا)
مجموعه تست گاهه (سطح خیلی بالا)



کتاب هشتم

کتاب کار گاج (معمولی)
سه بعدی نشر الگو (متوسط و بالاتر)
تست خیلی سبز (سطح بالا - بعضی تست ها نامناسب)



کتاب هفتم

کتاب کار گاج (معمولی)
سه بعدی نشر الگو (متوسط و بالاتر)