

گروه آموزشی تیزلاین

عبارت جبری (جمع بندی)

مدرس: میثم بهرامی جویا

عبارت جبری

$$2a + 3$$

عبارتی که می‌تواند از ترکیب اعداد و حروف انگیزی (متغیر) باشد را عبارت جبری می‌نامیم.

→ پویانی عدد

$$2x, \quad \frac{5a + 2}{b}, \quad 3\sqrt{xy}, \quad -5, \quad 3x^2 - y + 1$$

یک جمله‌ای

عبارتی متشکل از ضرب عدد و متغیر (توان متغیر، عدد صحیح نامنفی) است.

$$\begin{aligned} 3xy &\rightarrow 3 \times x \times y \\ 5a &\rightarrow 5 \times a \\ -2a^2 &\rightarrow -2 \times a \times a \end{aligned}$$

یک جمله‌ای هست

$$1 \times 2x \quad \leftarrow \text{هفتم}$$

$$2x^{-3} \quad \leftarrow \text{نهم}$$

$$5\sqrt{x}$$

$$\frac{3a}{b} \quad \leftarrow \text{هفتم}$$

$$-2x^{\frac{2}{3}} \quad \leftarrow \text{نهم}$$

$$2|x| \quad \leftarrow \text{نهم}$$

$$|x| \quad |x+2| \quad |-5|$$

نکته: عبارتی یک جمله‌ای نیستند که:

(الف) دارای جمع و تفریق می‌باشند.

(ب) توان متغیر منفی باشد.

(ج) متغیر زیر رادیکال باشد.

(د) متغیر در مخرج باشد.

(ه) توان متغیر غیر صحیح باشد.

(و) متغیر داخل قدرمطلق باشد.



مثال: چند تا از عبارت‌های زیر یک جمله‌ای است؟

$2 \times x \times x \times y$ ✓

الف) $2x^2y$

ب) $-x + 2$ چون جمع و تفریق دارد ✗

ج) $\sqrt{3ab}$

تغییر زیر را در اعداد مشابه ✓

د) $\frac{2ab^2}{x}$ ✗

تغییر در صورت و مخرج است

ضرب و متغیر در یک جمله‌ای

قسمت عددی که در متغیر ضرب می‌شود را ضرب و قسمت حروفی را متغیر می‌نامیم.

$3x$

ضرب

متغیر

$\frac{2}{3}xy$

ضرب

متغیرها



مثال: ضریب و متغیر یک جمله‌ای‌های زیر را تعیین کنید.

الف) $3xy$ → ضریب: ۳
متغیر: x, y

ب) $\frac{-1}{2}a^2$ → ضریب: $-\frac{1}{2}$
متغیر: a^2

ج) $\frac{2x}{3}$ → ضریب: $\frac{2}{3}$
متغیر: x

د) $\frac{5a}{b}$ → ضریب: 5
متغیر: a, b

جمع و تفریق یک جمله‌ای‌ها

برای جمع و تفریق یک جمله‌ای‌ها باید جملات متشابه (جملاتی که قسمت حروف آن‌ها یکی است) را با هم جمع و تفریق کنیم.

$$\underline{5a} + \underline{2a} = 7a$$

$$\underline{3x} + \underline{5y} - \underline{1 \cdot x} = -7x + 5y$$

$$\underline{4a} - \underline{3b} - \underline{1a} + \underline{9b} = 3a + 6b$$



مثال: عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$\text{الف) } \underline{-5x} + \underline{2xy} + \overset{+}{\underline{(-2x)}} + \underline{xy} - x^2 = -3x + 3xy - x^2$$

$$\text{ب) } \underline{2a} + 3 - \underline{4a} - b + \underline{2a} = 3 - b$$

ضرب عدد در چند جمله‌ای

عدد پشت پرانتز را در تمامی جملات داخل پرانتز ضرب می‌کنیم.

$$3(a + 2b - 1) - (2a + 4b - 7) =$$

$$\underline{3a} + \underline{6b} - \underline{3} - \underline{2a} - \underline{4b} + \underline{7} = 1a + 2b + 4$$



مثال: اگر $A = 2x - 1$, $B = x + 3$, $C = 2 - x$ باشند حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$3A - 2(A - C) + B + C$$

$$\begin{aligned} 3A - 2A + 2C + B + C &= A + 3C + B = 2x - 1 + 3(2 - x) + x + 3 \\ &= \underline{2x} - 1 + 4 - \underline{3x} + \underline{x} + 3 = 8 \end{aligned}$$

ضرب یک جمله‌ای در یک جمله‌ای

در این حالت ضریب‌ها در هم و حروف هم‌نام نیز در هم ضرب می‌شوند.

$$\boxed{2x \times 3x} = 6x^2$$

$$\boxed{-3ab^2x - b} = +3ab^3$$

هم‌نام و هم

مثال: حاصل ضربهای زیر را به دست آورید.



$$\text{الف) } (2xy^2)(-3x^2yz) = -6x^3y^3z$$

$$\text{ب) } \frac{1}{3}a \times \frac{5}{4}a^2b = \frac{5}{12}a^3b$$

ضرب چند جمله‌ای در چند جمله‌ای

باید تمامی جملات پرانتز اول را در تمامی جملات پرانتز دوم ضرب کنیم.

$$\begin{aligned} (x+3)(x-2) &= x^2 - 2x + 3x - 6 = \\ &= x^2 + 1x - 6 \end{aligned}$$

$2x$ x^2
 $3 \times x$ $x \times x$

میثم



مثال: ساده شده عبارات زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } (x - 3)(2x + 1) = 2x^2 + \underline{x} - \underline{6x} - 3 = 2x^2 - 5x - 3$$

$$\text{ب) } (x - 2)(x^2 + 2x + 4) = x^3 + \cancel{2x^2} + \cancel{4x} - \cancel{2x^2} - \cancel{4x} - 8 = x^3 - 8$$

$1x \times 2x = 2x^2$

تست: اگر $x^2 - 2x = 3$ باشد، حاصل $x(x + 2) - 4(x + 1)$ کدام است؟

$$\begin{aligned} x(x+2) - 4(x+1) &= x^2 + 2x - 4x - 4 \\ &= x^2 - 2x - 4 = 3 - 4 = -1 \end{aligned}$$

-1(4)

(3)

7(2)

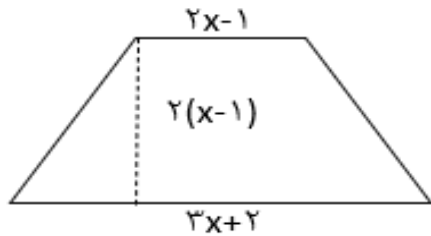
-7(1)



تست: مساحت ذوزنقه زیر به صورت جبری کدام است؟

$$5x^2 - 4x - 1 \quad (2) \quad x - 1 \quad (1)$$

$$5x^2 - 6x - 1 \quad (4) \quad -x - 1 \quad (3)$$



$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو پایه}}{2} = \frac{(5x+1) \times (x-1)}{2} = (5x+1)(x-1) = 5x^2 - 5x + x - 1 = 5x^2 - 4x - 1$$

$$\text{مجموع دو پایه: } \underline{2x-1} + \underline{3x+2} = 5x+1$$

مجموع ضرایب

برای به دست آوردن مجموع ضرایب یک عبارت چند جمله‌ای، باید به جای تمامی متغیرها عدد یک را جایگذاری کنیم.

$$3x^2 - 5x + 9$$

$$3 - 5 + 9 = \checkmark$$

$$(2x - 3)(x - 2)$$

$$= 2x^2 - 4x - 3x + 4$$

$$= 2x^2 - 7x + 4$$

$$2 - 7 + 4 = -1$$

$$\rightarrow (2x - 3)(1 - 2) = -1x - 1 = -1$$

$$x^2 = x \times x = |x| = 1$$

تست: مجموع ضرایب حاصل ضرب $(2x^2 + 3y - 1)(x - 2y - 2)$ کدام است؟

۵ (۴)

-۵ (۳)

-۱۲ (۲) ✓

۱۲ (۱)

$$(2x^2 + 3y - 1)(x - 2y - 2) =$$

$$(2) \times (-2) = -4$$

مقدار عددی

هر سه پایه

هرگاه در یک عبارت جبری به جای متغیرها، عدد قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به

$$3x - 1, \quad x = 4$$

$$12 - 1 = 11$$

دست می آید. $2x^2 - y + 5, \quad x = 2, \quad y = -3$

$$2x^2 - (-3) + 5$$

$$8 + 3 + 5 = 16$$

$$x \times y = -4$$

الف) $\frac{2x - xy}{x + y}$, $x = 3, y = -2$

$$\frac{4 - (-4)}{3 - 2} = \frac{4 + 4}{1} = 12$$

مثال: حاصل هر عبارتهای زیر را به ازای اعداد داد شده به دست آورید.



ب) $\frac{x^2 - 2y}{3xy}$, $x = -2, y = -1$

$$\frac{4 + 2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$3x \times x \times y$$

$$3x - 2x - 1$$

تست: اگر $A = \frac{1-x}{1+x}$, $B = \frac{1-A}{1+A}$, $C = \frac{1-B}{1+B}$ باشند، به ازای $x = \frac{1}{2}$ کدام رابطه برقرار است؟

$$A = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$C = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$A = 2C \quad (4)$$

$$C = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$A = C \quad (3) \checkmark$$

تست: اگر $a * b = ab - 2b$ باشد، حاصل عبارت $3 * (-1 * 2)$ کدام است؟

$$-6 \quad (4) \checkmark$$

$$-24 \quad (3)$$

$$-12 \quad (2)$$

$$-18 \quad (1)$$

$$a * b = ab - 2b$$

$$-1 * 2 = -2 - 2 = -4$$

$$a * b = ab - 2b$$

$$3 * -4 = -12 + 6 = -6$$

تست: اگر $a = 1399$, $b = 2020$ باشند، حاصل $3(a - 2b + 1) - 2(a - 3b + 2)$ کدام است؟

$$3(a - 2b + 1) - 2(a - 3b + 2)$$

۲۰۲۷ (۴)

۱۳۹۸ (۳) ✓

۱۳۹۹ (۲)

۱۴۰۶ (۱)

$$\begin{aligned} \underline{3a} - \underline{6b} + \underline{3} - \underline{2a} + \underline{6b} - \underline{4} &= a - 1 \\ \underline{1399} - 1 &= 1398 \end{aligned}$$

فاکتورگیری

هستمونم

هرگاه ضریب یا متغیر مشترک در یک جمله‌ای را از تمامی جملات بگیریم (تقسیم کنیم) و قبل از کل عبارت بنویسیم یعنی فاکتورگیری انجام داده‌ایم.

$$\underline{3a} + \underline{ax} + \underline{ay} = a(3 + x + y)$$

$$\underline{4x^2} + \underline{1ax} + \underline{2x} = 2x(2x + a + 1)$$

مثال: در صورت و مخرج فاکتورگیری انجام داده سپس ساده کنید.



$$\text{الف) } \frac{a - ab}{2 - 2b} = \frac{a(1-b)}{2(1-b)} = \frac{a}{2}$$

$$\text{ب) } \frac{x^2 - xy}{2x - 2y} = \frac{x(x-y)}{2(x-y)} = \frac{x}{2}$$

$$\text{ج) } \frac{4a^2 - 2ab}{6a - 3b} = \frac{2a(2a-b)}{3(2a-b)} = \frac{2a}{3}$$

تست: اگر $x + y = -2$ باشد حاصل $4x(x + y) + 4y(x + y) - 5$ کدام است؟

۱۳ (۴)

-۱۶ (۳)

-۲۱ (۲)

۱۱ (۱) ✓



$$4x(x+y) + 4y(x+y) - 5$$

$$= 4x + 4y - 5 =$$

$$4(x+y) - 5 =$$

$$4(-2) - 5 = -8 - 5 = -13$$

$$4x(x+y) + 4y(x+y) - 5$$

$$= 4x(-2+0) + 4(0)(-2+0) - 5$$

$$= -8x - 2 + 0 - 5$$

$$-8x - 2 - 5 = -13$$