



نام و نام خانوادگی داوطلب،
ویژه کلاس های آنلاین آکادمی آنلاین تیزلاین
استاد مسعود بیگدلی
وبسایت:
www.Tizline.ir

کاربرگ

ریاضی

علوم

ادبیات

هوش

پایه

ششم

هفتم

هشتم

نهم

۱- فرض کنید $\{x, y, z, t\} = \{1, 2, 3, 4\}$ یکی از مقسوم‌علیه‌های $z^2 + t^2$ است. کدام گزینه درست است؟ (روبوکاپ - چهارمین دوره ۱۳۸۴)

- ① $4 \in \{z, t\}$ ② $2 \in \{z, t\}$ ③ $3 \in \{z, t\}$ ④ $1 \in \{z, t\}$

۲- هر وجه تاسی را با یکی از رنگ‌های آبی و قرمز رنگ کرده‌ایم چند تاس دو رنگ متمایز می‌توانیم بسازیم؟ (کانگورو - ۱۳۸۵)

- ① ۶۴ ② ۶۲ ③ ۴۸ ④ ۳۶

۳- ۲۰۰۶ دانش‌آموز در یک بررسی آماری شرکت کرده‌اند. معلوم شد ۱۵۰۰ نفر از این دانش‌آموزان در مسابقه‌ی ریاضی کانگورو شرکت کرده‌اند و ۱۲۰۰ نفر از آنها هم در مسابقه ادبیات. اگر بدانیم که ۶ نفر در هیچ مسابقه‌ای شرکت نکرده‌اند، چند نفر از این دانش‌آموزان در هر دو شرکت کرده‌اند؟

- ① ۳۰۰ ② ۵۰۰ ③ ۶۰۰ ④ ۷۰۰

۴- سه تاس را همزمان می‌اندازیم و عددهای رویشان را جمع می‌کنیم چند مقدار مختلف ممکن است به دست بیاید؟ (کانگورو - ۱۳۸۰)

- ① ۱۸ ② ۱۷ ③ ۱۶ ④ ۱۵

۵- فرض کنید A_i نشان‌دهنده مجموعه مقسوم‌علیه‌های عدد i باشد، به عنوان مثال $A_6 = \{1, 2, 3, 6\}$. مجموعه‌ی $A_{51} \cup A_{52} \cup \dots \cup A_{100}$ چند عضو دارد؟

- ① ۵۰ عضو ② ۱۰۰ عضو ③ ۲۰۰ عضو ④ ۳۷۷۵ عضو

۶- در یک قرعه‌کشی هفتگی ۶ عدد به طور تصادفی از مجموعه اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ...، ۴۸، ۴۹ انتخاب می‌شوند. خانواده فاضلی یک بلیط قرعه‌کشی خریده است با اعداد: ۲، ۱۷، ۲۶، ۲۹، ۳۰، ۴۳، پنج عدد اول قرعه‌کشی ۱۷، ۲۶، ۳۰، ۲، ۴۳ بودند. شانس این که عدد بعدی ۲۹ باشد چقدر است؟ (المپیاد آفریقای جنوبی - ۱۳۸۰)

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{30}$ ③ $\frac{1}{44}$ ④ $\frac{1}{49}$

۷- در پرتاب یک تاس احتمال آمدن عدد اول، احتمال رو شدن مضرب‌های ۵، احتمال رو شدن عدد زوج و احتمال رو شدن عدد بیش‌تر از ۶ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}$ صفر ② $\frac{3}{6}, \frac{1}{6}, \frac{4}{6}$ صفر ③ $\frac{3}{6}, \frac{1}{6}, \frac{4}{6}$ ④ $\frac{3}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}$

۸- هر دانش‌آموزی مریض یا سالم است. فرض کنید که اگر دانش‌آموزی امروز سالم باشد، فردا احتمال سالم بودن او ۹۵٪ است و اگر دانش‌آموزی امروز مریض باشد، فردا احتمال مریض بودن او ۵۵٪ است. اگر امروز ۲۰٪ دانش‌آموزان بیمار باشند، چند درصد دانش‌آموزان فردا بیمار خواهند بود؟ (المپیادهای ریاضی بلژیک، فرانسه و هلند - ۱۳۷۹)

- ① ۱۱٪ ② ۱۵٪ ③ ۵۰٪ ④ ۵۵٪



۹- چند تا از جملات زیر صحیح هستند؟

a. ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

b. مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

c. ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ، گنگ است.

هیچکدام ① یکی ② دو تا ③ سه تا ④

۱۰- اگر $D = \{x \in R \mid -3 \leq x < 9\}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

① عددی که هم گویا و هم گنگ باشد در D قرار دارد.

② عدد $\sqrt[3]{-27} + 3$ به مجموعه D تعلق دارد.

③ مجموعه D با مجموعه $\{x \in Z \mid -3 \leq x < 9\}$ مساوی است.

④ $(\sqrt{19} + \frac{11}{3}) \in D$

۱۱- حاصل عبارت $(1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \dots \times (1 - \frac{1}{100})$ کدام یک صحیح است؟

① $\frac{99}{100}$ ② $\frac{88}{99}$ ③ $\frac{1}{99}$ ④ $\frac{1}{100}$

۱۲- حاصل $\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}}$ کدام است؟

① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ ۱ ④ -۱

۱۳- اگر همه پلینک‌ها، همان پلونک‌ها باشند و بعضی از پلانک‌ها، همان پلینک‌ها باشند کدام یک از جملات X, Y, Z لزوماً درست هستند؟

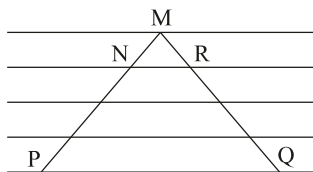
(مسابقات ریاضی انگلستان - ۱۳۷۰)

X : همه پلینک‌ها همان پلانک‌ها هستند.

Y : بعضی از پلونک‌ها، همان پلانک‌ها هستند.

Z : بعضی پلینک‌ها، همان پلانک‌ها نیستند.

① فقط X ② فقط Y ③ Y و X ④ فقط Y و Z



۱۴- اگر در شکل زیر، تمام خطوط با هم موازی و با فاصله‌های مساوی باشند، کدام گزینه درست نیست؟

① $\frac{MN}{NP} = \frac{MR}{RQ}$

② $\frac{MN}{MR} = \frac{NP}{RQ}$

③ $\frac{MN}{NP} = \frac{NR}{PQ}$

④ $\frac{MR}{MQ} = \frac{NR}{PQ}$

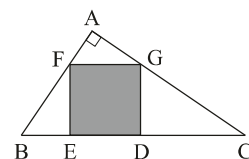
۱۵- در شکل زیر، چهارضلعی $EFGD$ مربع است. حداکثر چند جفت مثلث متشابه در شکل دیده می‌شود؟

① ۹

② ۶

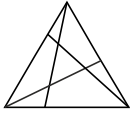
③ ۴

④ ۳



بهم کاربرگ نوزدهم

۱۶- در شکل، مثلثی با سه پاره‌خط به چهار مثلث و سه چهارضلعی تقسیم شده است. مجموع محیط‌های سه چهارضلعی ۲۵ سانتی‌متر است، مجموع محیط‌های چهار مثلث ۲۰ سانتی‌متر است و محیط مثلث بزرگ ۱۹ سانتی‌متر است. مجموع طول‌های سه پاره‌خط کدام است؟ (کانگورو - ۱۳۹۱)



۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

۱۷- در مربعی به ضلع ۴ واحد، فاصله‌ی وسط یک ضلع از قطر مربع کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

۱ (۱)

۱۸- اگر سرعت نور 3×10^8 متر بر ثانیه باشد، در مدت ۱٫۵ دقیقه چند متر را طی می‌کند؟

27×10^8 (۴)

$2,7 \times 10^{10}$ (۳)

270×10^{10} (۲)

$2,7 \times 10^9$ (۱)

۱۹- نماد علمی عدد $\frac{25,1 \times 10^4 \times 0,000012}{0,00002 \times 10^{-6}}$ برابر است با: (نمونه دولتی گیلان ۹۵-۹۶)

$1,506 \times 10^{11}$ (۴)

$15,06 \times 10^{22}$ (۳)

$3,506 \times 10^{-11}$ (۲)

$15,06 \times 10^{11}$ (۱)

۲۰- عدد $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$ با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر می‌باشد؟ (تهران - سرای دانش - دی ۹۴)

$-\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

-۸ (۲)

۸ (۱)

۲۱- عبارت $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ به صورت توانی از دو کدام است؟

$2^{-\frac{1}{2}}$ (۴)

$2^{-\frac{1}{8}}$ (۳)

$2^{\frac{1}{2}}$ (۲)

$2^{\frac{1}{9}}$ (۱)

۲۲- حاصل عبارت $\left(\frac{3}{\sqrt[3]{9}}\right)^2 \times (\sqrt[3]{3})^5$ برابر است با: (نمونه دولتی کرمان ۹۵ - ۹۶)

$(3\sqrt[3]{9})^y$ (۴)

$(3\sqrt[3]{3})^y$ (۳)

$(\sqrt[3]{3})^y$ (۲)

$\left(\frac{3}{\sqrt[3]{3}}\right)^y$ (۱)

۲۳- حاصل عبارت زیر بدون قدر مطلق کدام است؟

$$\sqrt[3]{(2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})^4} - \sqrt{(5\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2}$$

$+4\sqrt{2}$ (۲)

$2\sqrt{5} - 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$ (۱)

صفر (۴)

$-10\sqrt{2}$ (۳)

۲۴- کدام یک از اعداد زیر مجذور کامل می‌باشد؟ (تیزهوشان و نمونه دولتی آذربایجان غربی، شرقی، اردبیل و زنجان ۹۳ - ۹۲)

۷۸۲۵۳ (۴)

۱۶۶۱۵۲۱ (۳)

۵۹۷۴۲۷۰۰۰ (۲)

۵۹۷۴۲۷۰۰۰۰ (۱)



۲۵- اگر n عدد طبیعی باشد با توجه به روابط زیر مقدار n را بیابید. (المپیاد ریاضی آفریقای جنوبی ۱۳۸۶)

$$6^2 + 8^2 = 10^2$$

$$8^2 + 15^2 = 17^2$$

$$10^2 + 24^2 = 26^2$$

$$12^2 + 35^2 = 37^2$$

$$\vdots$$

$$18^2 + n^2 = x^2$$

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۷۰ (۲)

۶۵ (۱)

۲۶- حاصل جمع n عدد فرد برابر است با: $1 + 3 + 5 + 7 + \dots = 2304$ ، n برابر است با: (المپیاد آفریقای جنوبی - ۱۳۷۸)

۴۸ (۴)

۴۶ (۳)

۵۰ (۲)

۱۲۳ (۱)

۲۷- اگر $a = 2 - \sqrt{3}$ و $b = 2 + \sqrt{3}$ باشد، مقدار عددی عبارت $a^2 + b^2 - 2ab$ کدام است؟ (نمونه دولتی و تیزهوشان - استان قم ۹۳ - ۹۲)

$4\sqrt{3}$ (۴)

۱۲ (۳)

۴ (۲)

۰ (۱)

۲۸- تعداد اعضای مجموعه $A = \{5x^2 - 3 \mid x \in Z, x^2 - 1 < 18\}$ برابر است با:

۵ (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

۲۹- مجموعه $A = \{x \mid x \in N, \frac{36}{x} \in N\}$ چند عضو دارد؟

نه (۴)

هشت (۳)

هفت (۲)

شش (۱)

۳۰- اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ و $B = \{x \mid x = 4n - 1, n \in A\}$ ، آنگاه $B \subseteq A$ ، نگاه B چند عضو دارد؟

۳۰ (۴)

۷ (۳)

۲۹ (۲)

۶ (۱)

۳۱- فرض کنید $a = \sqrt{2005} + \sqrt{1995}$. کدام عبارت برابر $\sqrt{2005} - \sqrt{1995}$ است؟ (کانگورو ۱۳۸۴)

$\frac{a}{10}$ (۴)

$\frac{10}{a}$ (۳)

$\frac{1}{a}$ (۲)

$10 - a$ (۱)

۳۲- اگر $2^{x-y+5} = 3^{x-4}$ باشد، مقدار y کدام است؟ (تیزهوشان و نمونه دولتی استان ایلام ۹۳-۹۲)

قابل حل نیست (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۳۳- اگر $2^z = 10$ باشد، مقدار 2^{3z-1} کدام یک از اعداد زیر است؟ (تیزهوشان و نمونه دولتی استان‌های سمنان و مازندران ۹۳-۹۲)

۵۰۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۲۰۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

۳۴- حاصل عبارت $(x-a)(x-b)(x-c) \dots (x-y)(x-z)$ برابر کدام است؟

$x^{26} - (a+b+\dots+y+z)$ (۲)

صفر (۱)

$x^{26} + (a+b+x+z) - 1 \times 2 \times \dots \times 26$ (۴)

$x^{26} - 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 26$ (۳)

۳۵- کدام عبارت در تجزیه‌ی عبارت $2x^3 + x^2 - 18x - 9$ وجود ندارد؟ (نمونه دولتی البرز و قزوین ۹۶ - ۹۵)

x (۴)

$2x+1$ (۳)

$x+3$ (۲)

$x-3$ (۱)

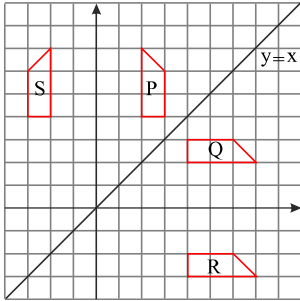
بهم کاربرگ نوزدهم



۳۶- در دوزنقه‌ی $PQRS$ ضلع‌های PQ و RS موازی هستند. اندازه‌ی زاویه‌ی RSP برابر 120° است و $RS = SP = \frac{1}{3}PQ$. اندازه‌ی زاویه‌ی PQR چه قدر است؟

- ① 15° ② $22,5^\circ$ ③ 25° ④ 30°

۳۷- در نمودار مقابل دو وضعیت وجود دارد. در کدام حالت دو شکل نسبت به خط $y = x$ قرینه هستند؟



(۱۳۸۸)

- ① Q و P
② S و P
③ S و R
④ R و Q

۳۸- مقدار p را طوری تعیین کنید که نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2p \\ p+1 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 2x + 1$ واقع شود. (نمونه دولتی - آذربایجان شرقی)

(۹۵ - ۹۶)

- ① ۲ ② ۱ ③ -۱ ④ ۰

۳۹- دو خط $2x - 3y = -10$ و $y = 2x + 2$ در کدام نقطه همدیگر را قطع می‌کنند؟ (نمونه دولتی و تیزهوشان - استان ایلام ۹۳-)

(۹۲)

- ① $\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$ ② $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ ③ $\begin{bmatrix} -4 \\ +1 \end{bmatrix}$ ④ $\begin{bmatrix} +4 \\ -1 \end{bmatrix}$

۴۰- لاله و مریم در دو سر قطری از استخر به شکل دایره ایستاده بودند و هم‌زمان، در جهت عقربه‌های ساعت شروع به دویدن دور استخر کردند.

سرعت لاله $\frac{9}{8}$ سرعت مریم بود. مریم تا قبل از این که لاله برای اولین بار به او برسد، چند دور کامل دور استخر دویده بود؟ (مسابقات کانگورو - ۱۳۹۲)

(۱۳۹۲ - کانگورو)

- ① ۴ ② ۸ ③ ۹ ④ ۲

۴۱- شیب خط $2y + 3x + 5 = 0$ برابر است با: (نمونه دولتی و تیزهوشان - استان خراسان جنوبی و شمالی ۹۳ - ۹۲)

- ① ۳ ② ۲ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$

۴۲- به ازای چقدر از m دو خط به معادلات $3y + (2m - 3)x = 4$ و $2x + 4y = 5$ بر هم عمودند؟ (نمونه دولتی و تیزهوشان - استان خراسان جنوبی و شمالی ۹۳ - ۹۲)

(۹۲ - ۹۳)

- ① ۳ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ ۲

۴۳- حاصل عبارت $(x - 5 + \frac{6}{x+2}) \div (1 - \frac{1}{2+x})$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟ (نمونه دولتی - استان گیلان ۹۵-۹۶)

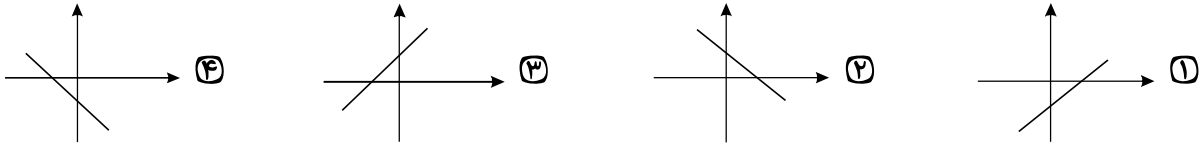
- ① $x + 3$ ② $x - 3$ ③ $x - 4$ ④ $(x + 2)^{-1}$

۴۴- اگر $y = \frac{x-1}{x}$ و $\frac{y+1}{y} = x$ در این صورت مقدار $x - y$ برابر است با: (المپیاد آفریقای جنوبی ۱۳۹۱)

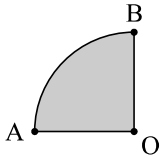
- ① ۲ ② -۲ ③ ۳ ④ -۳



۴۵- اگر a, b و c سه عدد حقیقی باشند، نمودار خط $a^2x + b^2y = c^2$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟ (نمونه دولتی و تیزهوشان - استان گلستان ۹۳ - ۹۲)



۴۶- ربع دایره مقابل به شعاع r را حول OB دوران می‌دهیم، حجم شکل حاصل چقدر است؟ (نمونه دولتی و تیزهوشان - استان ایلام ۹۳ - ۹۲)



④ $\frac{\pi r^3}{4}$

③ $\frac{1}{4} \times \frac{4\pi r^3}{3}$

② $\frac{\pi r^3}{3}$

① $\frac{2\pi r^3}{3}$

۴۷- حجم حاصل از دوران ربع دایره‌ای به شعاع $2cm$ حول شعاع خود، برابر با کدام گزینه است؟ (نمونه دولتی و تیزهوشان - استان‌های همدان و لرستان ۹۳ - ۹۲)

④ $\frac{20\pi}{3}$

③ $\frac{16\pi}{3}$

② $\frac{8\pi}{3}$

① $\frac{32\pi}{3}$

۴۸- هلیا ۵ تا مکعب دارد و ۳ تا چهاروجهی. این حجم‌ها روی هم چند وجه دارند؟ (مسابقات ریاضی کانگورو - ۱۳۸۹)

④ ۵۲

③ ۵۰

② ۴۸

① ۴۲

۴۹- معادله‌ی خطی را بنویسید که از محل برخورد دو خط $x = 5$ و $y = 4$ بگذرد و با خط $3x + 5y = 7$ موازی باشد. (نمونه دولتی - کرمان و خراسان رضوی ۹۶ - ۹۵)

④ $y = \frac{3}{5}x + \frac{47}{5}$

③ $y = -\frac{3}{5}x + \frac{27}{5}$

② $y = \frac{3}{5}x + 7$

① $y = -\frac{3}{5}x + 7$

۵۰- یک نیم‌کره‌ی چوبی توپُر را به طور کامل رنگ‌آمیزی کرده‌ایم. مساحت کل قسمت رنگ شده ۱۲۰ سانتی‌متر مربع شده است. اگر بخواهیم کره‌ای با همان شعاع نیم‌کره را به طور کامل رنگ‌آمیزی کنیم، مساحت رنگ شده در این حالت چند سانتی‌متر مربع خواهد بود؟ (نمونه دولتی - استان‌های کرمان و خراسان رضوی ۹۶ - ۹۵)

④ ۳۶۰

③ ۳۲۰

② ۲۴۰

① ۱۶۰

۵۱- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم عبارت $2x^3 - 7x^2 + 5$ بر عبارت $x^2 - 2$ برابر $ax + b$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟ (نمونه دولتی - استان‌های بوشهر، خوزستان، کرمانشاه و شهرستان‌های استان تهران ۹۶ - ۹۵)

④ -۱۳

③ -۵

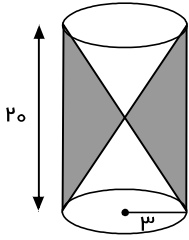
② ۵

① ۱۳



۵۲- در زمان‌های قدیم برای اندازه‌گیری زمان از ساعت شنی استفاده می‌کردند. ساعت شنی از دو مخروط هم‌اندازه تشکیل شده است که درون یک استوانه قرار دارد. حجم فضای خالی این مخروط‌ها را بیابید. (قسمت رنگی)

(شعاع دایره = 3cm ، ارتفاع = 20cm) (نمونه دولتی و تیزهوشان- استان خراسان جنوبی و شمالی ۹۳-۹۲)



۱۸۰π (۲)

۹۰π (۴)

۱۲۰π (۱)

۶۰π (۳)

۵۳- چندتا از اعداد زیر گویا است؟

(ب) $\sqrt{\frac{9}{3}}$

(د) $\sqrt{10}$

(الف) $\frac{\pi + 1}{2}$

(ج) $\frac{3\pi + 3}{2\pi + 2}$

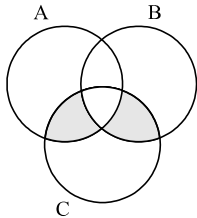
(۴) هر چهارتا

(۳) سه‌تا

(۲) دوتا

(۱) یکی

۵۴- عبارت کدام گزینه قسمت هاشورخورده در نمودار ون زیر را نشان می‌دهد؟



(۱) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

(۲) $(C \cap (A \cup B)) - (A \cap B)$

(۳) $C \cup (A \cap B)$

(۴) $(A \cup B) - C$

۵۵- مساحت کره‌ای 100π است، حجم آن است.

(۴) $\frac{500}{3}\pi$

(۳) $\frac{400}{3}\pi$

(۲) 500π

(۱) $\frac{500}{2}\pi$

۵۶- اگر $(x - 1)(x^3 + bx^2 + ax - 2) = x^4 - 3x + 2$ باشد، $a + b$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) صفر

۵۷- مربع عدد $\sqrt{\sqrt{50} + 7} - \sqrt{\sqrt{50} - 7}$ برابر است با:

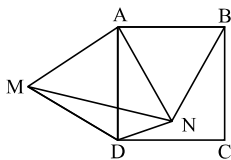
(۴) $\sqrt{10}\sqrt{2} - 2$

(۳) $2 - 10\sqrt{2}$

(۲) $10\sqrt{2} - 2$

(۱) $10\sqrt{2} + 2$

۵۸- چهارضلعی $ABCD$ مربع و مثلث‌های AMD و ANB متساوی‌الاضلاع‌اند. اندازه زاویه MND را به دست آورید.



(۲) 45°

(۴) 75°

(۱) 30°

(۳) 15°

۵۹- اگر عرض از مبدأ خط $3x - 2my + 3 = (m - 2)x + y$ برابر ۳- باشد، مقدار m چقدر است؟

(۴) ۴

(۳) ۴

(۲) ۱

(۱) -۱



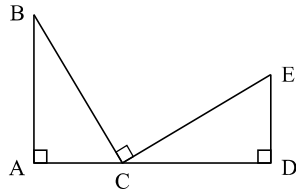
۶۰- معادله خطی که از نقطه برخورد دو خط $y = x + 2$ و $y = 2x + 3$ بگذرد و با خط $2x - y = 0$ موازی باشد کدام است؟

- ۱ $y - x = 1$
 ۲ $2y + x = 0$
 ۳ $y - 2x = 3$
 ۴ $y - 2x = -1$

۶۱- مجموعه $A = \{x^y | x, y \in \mathbb{Z}, xy = 8\}$ چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟

- ۱ ۴
 ۲ ۵
 ۳ ۱۰
 ۴ ۱۲

۶۲- در شکل مقابل BC با CE برابر است. دو مثلث ABC و CDE بنا به کدام حالت هم‌نهشت هستند؟



- ۱ وتر و یک زاویه تند
 ۲ وتر و یک ضلع
 ۳ (ز ض ز)
 ۴ گزینه‌های ۱ و ۳

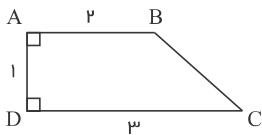
۶۳- خارج قسمت تقسیم $x^3 + 5x^2 + 7$ بر $3x - 6$ کدام است؟

- ۱ $\frac{x^2}{3} - 7x + \frac{14}{3}$
 ۲ $\frac{x^2}{3} - x - \frac{2}{3}$
 ۳ $\frac{x^2}{3} - \frac{7x}{3} - \frac{14}{3}$
 ۴ $\frac{x^2}{3} + \frac{7x}{3} + \frac{14}{3}$

۶۴- یک کره به شعاع $6cm$ را درون یک ظرف استوانه‌ای که مقداری آب دارد می‌اندازیم، ارتفاع آب $1cm$ افزایش می‌یابد، شعاع قاعده استوانه

کدام است؟

- ۱ ۷
 ۲ ۶
 ۳ ۸
 ۴ ۱۰



۶۵- حجم حاصل از دوران ذوزنقه مقابل، حول ضلع DC چند سانتی‌متر مکعب است؟

- ۱ 3π
 ۲ $\frac{7}{3}\pi$
 ۳ $\frac{13}{3}\pi$
 ۴ $\frac{4}{3}\pi$

۶۶- اگر $x < 0$ ، حاصل عبارت $\sqrt{x^2} - |1 - x|$ کدام است؟

- ۱ x
 ۲ ۱
 ۳ -1
 ۴ $-x$

۶۷- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\left(\frac{2^{-4} \div 3^4}{9^4 \div 9^2} \right)^{-1} = ?$$

- ۱ ۱۰۰
 ۲ ۰٫۰۱
 ۳ ۰٫۱
 ۴ ۱۰

۶۸- در تساوی مقابل، $a + b$ چند می‌شود؟

$$5^{a-3b-7} = 7^{2a-7b-15}$$

- ۱ ۳
 ۲ -5
 ۳ -3
 ۴ ۵

۶۹- اگر $x > 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{(-x+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2}$ کدام گزینه است؟

- ۱ $2x + 1$
 ۲ ۳
 ۳ ۱
 ۴ -1

۷۰- اگر $x^2 - 3x - 15 = 0$ باشد، حاصل $(x-5)(x+2)$ کدام است؟

- ۱ -5
 ۲ ۵
 ۳ ۱۰
 ۴ ۱۷



۷۱- نسبت عدد حجم به مساحت کل مکعبی برابر با ۱ می‌باشد، مساحت جانبی این مکعب کدام است؟

- ۲۴ ① ۳۶ ② ۱۴۴ ③ ۲۱۶ ④

۷۲- حاصل عبارت $\sqrt{4 + 94\sqrt{4 + 96\sqrt{4 + 98 \times 102}}}$ کدام است؟

- ۹۴ ① ۱۰۰ ② ۹۸ ③ ۹۶ ④

۷۳- اگر $xy = 10$ و $x - y = 3$ باشند. در این صورت حاصل عبارت $x^2 + y^2 - 10$ کدام گزینه است؟

- ۲۹ ① ۱۹ ② ۲ ③ -۱ ④

۷۴- حاصل عبارت $(2x^2 - \sqrt{7})(2x^2 + \sqrt{7})(4x^4 + 5)$ کدام گزینه زیر است؟

- $x^6 + 3x^4 + 12$ ① $16x^6 + 3x^4 - 12$ ② $4x^4 - 2x^2 - 35$ ③ $16x^4 - 8x^2 - 35$ ④

۷۵- حاصل عبارت $\frac{b^{-1} + a^{-1}}{\frac{ax + bx}{ab}}$ برابر کدام گزینه است؟

- ab ① $b + a$ ② $\frac{1}{x}$ ③ x ④

۷۶- در معادلهٔ رو به رو مقدار x برابر با کدام گزینه است؟

$$5^{\frac{x}{3}-1} = \sqrt{5^{5x-15}}$$

- چنین x وجود ندارد. ① ۶ ② ۲ ③ ۳ ④

۷۷- حاصل عبارت روبه رو به صورتی که عدد توان‌دار برابر است با:

$$\frac{729 \times 196}{216 \times 225}$$

- $(\frac{7}{5})^2$ ① $(\frac{21}{10})^2$ ② $\frac{3 \times 13^2}{2^3 \times 5^2}$ ③ $\frac{3 \times 7^2}{2 \times 5^2}$ ④

۷۸- عدد 3^{16} برابر با کدام گزینه است؟

- $\sqrt[3]{3^{16}}$ ① $\sqrt[3]{8^3}$ ② $\sqrt[3]{16^3}$ ③ $\sqrt{3}$ ④

۷۹- اگر قطر کره‌ای m برابر شود، حجم و مساحت چند برابر می‌شوند؟

- حجم m^3 برابر و مساحت m^2 برابر ① حجم $\frac{m^3}{8}$ برابر و مساحت $\frac{m^2}{4}$ برابر ② هر دو m^3 برابر ③ هر دو $\frac{m^3}{8}$ برابر ④

۸۰- اگر $a + b + c = 7$ و $a^2 + b^2 + c^2 = 11$ ، حاصل $ab + ac + bc$ برابر است با:

- ۵۷ ① ۱۹ ② ۳۸ ③ ۳۶ ④

۸۱- اگر $(a - b)^2 = 804$ و $a^2 + b^2 = 622$ ، مقدار ab برابر است با:

- +۱۱۶ ① -۱۱۶ ② +۹۱ ③ -۹۱ ④

۸۲- اگر A مجموعهٔ اعداد طبیعی مضرب ۳ و کوچک‌تر از ۵۰ و B مجموعهٔ اعداد دو رقمی مضرب ۹ باشد، مجموعهٔ $A \cap B$ چند عضو دارد؟

- ۳ ① ۴ ② ۵ ③ ۶ ④



۸۳- ددو مجموعه A و B باهم برابرند. $x + y$ کدام گزینه نمی تواند باشد؟

$$A = \{-1, 2, x\}$$

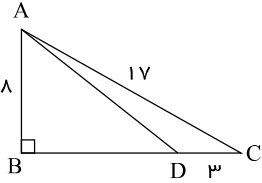
$$B = \{1 + y, 3, 2x - 4, -1\}$$

۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)



۸۴- باتوجه به شکل روبه‌رو، شیب پاره‌خط AD کدام است؟

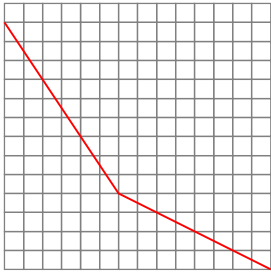
$-\frac{15}{8}$ (۲)

$\frac{8}{15}$ (۱)

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

۸۵- یک مخزن استوانه‌ای آب، دوازده شیر خروجی دارد که همواره با سرعتی ثابت و برابر از آن‌ها آب خارج می‌شود. می‌دانیم تعدادی از شیرهای خروجی مخزن هم‌زمان از کار افتاده‌اند. اگر تصویر زیر بخشی از نمودار ارتفاع آب این مخزن برحسب زمان باشد چه تعداد از شیرهای خروجی از کار افتاده‌اند؟



۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)

۸۶- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. احتمال آن که فرزند بزرگتر پسر بوده و خانواده، حداکثر ۲ دختر داشته باشد، کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{7}{16}$ (۳)

$\frac{3}{8}$ (۲)

$\frac{5}{16}$ (۱)

۸۷- دامنه عبارت $\frac{x^2 - 4}{(x - 2)(x - 5)}$ کدام است؟

$\mathbb{R} - \{5\}$ (۴)

$\mathbb{R} - \{2, -2\}$ (۳)

$\mathbb{R} - \{5, 2\}$ (۲)

$\mathbb{R} - \{2\}$ (۱)

۸۸- در کدام گزینه، یک مجموعه، زیر مجموعه دیگری است؟ (نگاه به گذشته)

$A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -20 \leq x < 40\}$, $B = \{2x | x = 3k - 1, k \in \mathbb{Z}, -7 \leq k < 7\}$ (۱)

$C = \{3x | x \in \mathbb{N}, x < 53\}$, $D = \{k | k = \frac{x}{3}, x \in C\}$ (۷)

$E = \{x | \frac{x}{\sqrt{v}} \in \mathbb{Z}, -42 < x \leq 60\}$, $F = \{k | k \in E, k < 40\}$ (۳)

$G = \{2x - 1 | x \in \mathbb{N}, x > 12\}$, $H = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}, k < 20\}$ (۴)

۸۹- حاصل عبارت $1 + \frac{1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{2}}{3} - \frac{1 + \frac{2}{1 - \frac{1}{2}}}{3}$ کدام است؟

$\frac{19}{8}$ (۴)

$\frac{47}{12}$ (۳)

$\frac{15}{6}$ (۲)

$\frac{95}{24}$ (۱)

۹۰- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. احتمال آن که فرزند بزرگتر پسر بوده و خانواده، حداکثر ۲ دختر داشته باشد، کدام است؟

۱/۲ (۴)

۷/۱۶ (۳)

۳/۸ (۲)

۵/۱۶ (۱)

۹۱- چه تعداد از عبارتهای زیر، در مورد مجموعه های A, B, C و D درست هستند؟

$A = \{x | x = 3k - 2, k \in \mathbb{Z}, -5 \leq k < 900\}$

$B = \{x - 2 | \frac{x+1}{3} \in \mathbb{N}, x \leq 60\}$

$C = \{\frac{x}{5} | x \in \mathbb{N}, x \leq 20\}$

$D = \{6x | x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 8\}$

الف) $1326 \in A$ (ب) $5 \in B$ (پ) $B \not\subset D$ (ت) $C \subseteq \mathbb{Z}$

ث) $D \subset B$ (ج) $n(A \cap C) = 4$ (چ) $B \cap D \neq \emptyset$ (ح) $n(A \cup C) = 923$

خ) $n(C - B) = 19$ (د) $A \cap B \cap C \cap D = \{3\}$

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۹ (۱)

۹۲- با توجه به حالت‌های مختلف اعداد حقیقی متمایز a و b ، در عبارت روبه‌رو به جای علامت سؤال، کدام گزینه نمی‌تواند قرار بگیرد؟

$||a| + b| + |b| + a = ?$

$-2b$ (۴)

$2b$ (۳)

$2a$ (۲)

$-2a$ (۱)

۹۳- کدام نامساوی زیر نادرست است؟

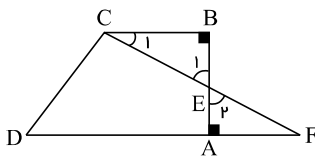
$0.6 < \sqrt{0.37} < 0.7$ (۴)

$4 < 2\sqrt{15} < 6$ (۳)

$0 < \sqrt{3} - 1 < 1$ (۲)

$4 < \sqrt{21} < 5$ (۱)

۹۴- در شکل زیر، نقطه E وسط ضلع BA در دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ است. کدام گزینه نادرست است؟



$CE = EF$ (۲)

$BC = AF$ (۱)

$CB = CD$ (۴)

$\hat{C}_1 = \hat{F}$ (۳)

۹۵- در کدام یک از مجموعه‌های تعریف شده در گزینه‌ها که به زبان ریاضی نمایش داده شده‌اند، نمی‌توان عددی به جای a قرار داد به طوری که آن مجموعه با مجموعه اعداد زوج برابر شود؟

$D = \{\frac{a^r}{x} | \frac{1}{2x} \in \mathbb{N}\}$ (۴)

$C = \{(x-a)^r | 2x^r \in \mathbb{Z}\}$ (۳)

$B = \{4x - a | 2x \in \mathbb{W}\}$ (۲)

$A = \{\frac{|x|}{\sqrt{ax}} | \sqrt{x} \in \mathbb{N}\}$ (۱)

۹۶- مجموع اعداد طبیعی فرد کم‌تر از ۵۰۰ که بر ۷ بخش پذیرند، کدام است؟

$7 \times 36 \times 71$ (۴)

$7 \times 35 \times 36$ (۳)

$7 \times 36 \times 36$ (۲)

$7 \times 13 \times 37$ (۱)

۹۷- مجموع ارقام عدد $(10^{(2n+3)} + 3)^2$ کدام است؟ (n عددی طبیعی است).

۱۹ (۴)

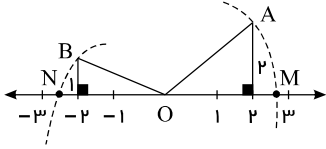
۱۶ (۳)

۲۴ (۲)

۹ (۱)



۹۸- در شکل زیر، طول پاره خط MN کدام است؟ (O مبدأ مختصات است و به مرکز O و شعاع‌های OA و OB دو کمان زده‌ایم.)



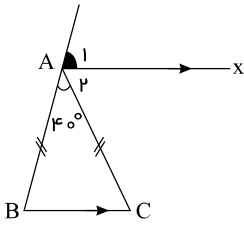
$\sqrt{8} + \sqrt{5}$ (۲)

۷ (۱)

$\sqrt{8} - \sqrt{5}$ (۴)

$\sqrt{13}$ (۳)

۹۹- در شکل زیر، اگر $BC \parallel Ax$ باشد، اندازه \hat{A}_1 چند درجه است؟



40° (۱)

70° (۲)

50° (۳)

60° (۴)

۱۰۰- در چند جمله‌ای زیر، درجه چند جمله‌ای نسبت به هر کدام از متغیرهای x, y, z به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$3x^3y^fz + \frac{7}{8}xyz^5 - 2x + 7y^5 - \frac{3}{11}y^yz$$

$-\frac{3}{11} \cdot 7 \cdot 2$ (۴)

۱.۴.۳ (۳)

۵.۷.۳ (۲)

۱.۱.۱ (۱)



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ راه اول:

$$(۱) \text{ فرض کنیم } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \leftarrow x^2 + y^2 = 5 \text{ و } \begin{cases} z=3 \\ t=4 \end{cases} \leftarrow z^2 + t^2 = 25 \text{ این حالت قابل قبول است.}$$

$$(۲) \text{ فرض کنیم } \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \leftarrow x^2 + y^2 = 10 \text{ و } \begin{cases} z=2 \\ t=4 \end{cases} \leftarrow z^2 + t^2 = 20 \text{ این حالت قابل قبول است. مشاهده می شود که } ۴ \text{ در هر دو حالت عضو } \{z, t\} \text{ است.}$$

راه دوم:

چون $x^2 + y^2$ مقسوم علیه $z^2 + t^2$ است، پس $x^2 + y^2$ کوچکتر مساوی $z^2 + t^2$ خواهد بود و در نتیجه ۴ باید عضو $\{z, t\}$ باشد.

۲ - گزینه ۲ هر وجه را به ۲ طریق رنگ می کنیم پس $۲^۶ = ۶۴$ حالت داریم که باید از آن‌ها دو حالت را کنار بگذاریم (که تاس فقط با یک رنگ آبی یا قرمز، رنگ شده است)

$$\text{تعداد حالات مطلوب: } ۶۴ - ۲ = ۶۲$$

$$۳ - \text{گزینه } ۴ \text{ نفر که در هیچ کدام شرکت نکرده اند را از کل دانش آموزان کم می کنیم } ۲۰۰۰ - ۶ = ۲۰۰۶$$

حال اگر دانش آموزان شرکت کننده در مسابقه ریاضی کانگورو را A در نظر بگیریم و شرکت کننده در مسابقه ادبیات را B می توانیم کل شرکت کنندگان در مسابقات ریاضی و ادبی را با $A \cup B$ نشان دهیم خواهیم داشت:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$۲۰۰۰ = ۱۵۰۰ + ۱۲۰۰ - x \Rightarrow ۲۰۰۰ = ۲۷۰۰ - x \Rightarrow x = ۷۰۰$$

۴ - گزینه ۳ با سه تاس هر عدد از ۳ تا ۱۸ به دست می آید.

$$۱۸ - ۳ + ۱ = ۱۶$$

۵ - گزینه ۲ مجموعه مقسوم علیه های اعداد ۵۱ تا ۱۰۰، حتماً شامل خود این اعداد می باشند همچنین اعداد ۱ تا ۵۰ نیز هر کدام مقسوم علیه اعداد ۵۱ تا ۱۰۰ هستند پس در کل این مجموعه ۱۰۰ عضو دارد.

۶ - گزینه ۳ از مجموعی اعداد ۱، ۲، ۳، ۴۹، ۴۹ عدد وجود دارد که پنج تایی از آن‌ها انتخاب شده است پس ۴۴ عدد می ماند. شانس این که عدد ششم ۲۹ باشد،

$$\text{برابر است با: } \frac{1}{44}$$

۷ - گزینه ۱

$$A = \{۲, ۳, ۵\} \Rightarrow n(A) = ۳$$

$$B = \{۵\} \Rightarrow n(B) = ۱$$

$$C = \{۲, ۴, ۶\} \Rightarrow n(C) = ۳$$

$$D = \{\} \Rightarrow n(D) = ۰$$

و چون کل حالت های پرتاب تاس برابر ۶ است، بنابراین داریم:

$$P(A) = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

$$P(B) = \frac{۱}{۶}$$

$$P(C) = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$$



$$P(D) = \frac{0}{6} = 0$$

۸- گزینه ۱

درصد دانش‌آموزان سالم $100\% - 20\% = 80\%$

$$= 100\% - 95\% = 5\% \rightarrow \frac{80}{100} \times \frac{5}{100} = \frac{4}{100} = 4\%$$

احتمال بیماری دانش‌آموزان سالم:

$$100\% - 20\% = 80\% \text{ دانش‌آموزان سر و سالم هستند } , 100\% - 95\% = 5\%$$

$$\frac{80}{100} \times \frac{5}{100} = \frac{4}{100} = 4\% \text{ فردا به احتمال } 4\% \text{ دانش‌آموزان سالم بیمار می‌شوند}$$

$$\frac{20}{100} \times \frac{55}{100} = \frac{11}{100} = 11\% \text{ فردا به احتمال } 11\% \text{ دانش‌آموزان بیمار، بیمار هستند}$$

$$4\% + 11\% = 15\% \text{ فردا } 15\% \text{ دانش‌آموزان بیمار خواهند بود}$$

۹- گزینه ۱ برای رد هر کدام از جمله‌های نادرست مثال نقضی می‌آوریم که آن را رد کند. برای جمله اول به عنوان مثال $A = \sqrt{2}$ و $B = \sqrt{8}$ که هر دو عضو Q' هستند اما $\sqrt{A} \times \sqrt{B} = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16}$ که $4 \in Q$ است.

جمله دوم نیز درست نیست چون $(5 - \sqrt{5}) \in Q'$, $\sqrt{5} \in Q'$ اما $\sqrt{5} + 5 - \sqrt{5} = 5$ که $5 \in Q$ است.

جمله سوم نادرست است چون عدد صفر که گویا است اگر در عددی گنگ ضرب شود صفر شده و گویا می‌شود پس هیچ کدام از جمله‌ها درست نیست.

۱۰- گزینه ۴ باتوجه به اینکه عددی نداریم که هم گویا باشد هم گنگ پس گزینه ۱ غلط است.

حاصل $\sqrt[3]{-27} + 3 = -3 + 3 = 0$ برابر با -6 است که عضو مجموعه D نیست.

مجموعه Q گزینه ۳ با D برابر نیست؛ چون تعداد اعضای D بی نهایت است ($x \in R$) اما این مجموعه کراندار است و تعداد مشخصی دارد ($x \in Z$).

پس گزینه ۴ پاسخ صحیح است؛ چون مقدار تقریبی $\sqrt{19} + \frac{11}{3} = 7,6$ برابر با $4,3 + 3,3 = 7,6$ است که عضو مجموعه D می‌باشد.

۱۱- گزینه ۴

$$\frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{4} \times \dots \times \frac{99}{100} = \frac{1}{100}$$

۱۲- گزینه ۳

$$\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{4+3}{4}}{\frac{4-3}{4}} \div \frac{\frac{-4-3}{4}}{\frac{-4+3}{4}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}} \div \frac{\frac{-7}{4}}{\frac{-1}{4}} = \frac{7}{1} = 7$$

۱۳- گزینه ۱

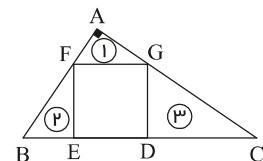
$$\frac{MN}{NP} \neq \frac{NR}{PQ}$$

۱۴- گزینه ۳ باتوجه به تشابه مثلث‌ها همه‌ی گزینه‌ها درست اند به جز گزینه ۳. یعنی:

۱۵- گزینه ۲ مثلث‌های AFG و FBE و GDC و ABC به حالت دو زاویه متشابه‌اند. باتوجه به شماره‌گذاری در شکل زیر انواع تشابه هر جفت آن‌ها آمده است

که در مجموع ۶ تشابه بین آن‌ها موجود است.

$$\begin{aligned} \triangle 1 &\sim \triangle 2 & \triangle 2 &\sim \triangle 3 & \triangle 3 &\sim \triangle ABC \\ \triangle 1 &\sim \triangle 3 & \triangle 2 &\sim \triangle ABC & \triangle 1 &\sim \triangle ABC \end{aligned}$$



بهم کاربرگ نوروز

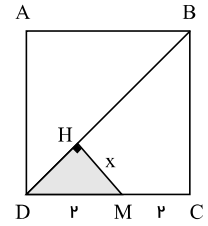


۱۶- گزینه ۳ حاصل جمع محیط شکل‌های داخل مثلث بزرگ برابر است با حاصل جمع محیط مثلث بزرگ با دو برابر حاصل جمع طول پاره‌خط‌ها.

$$\frac{(25 + 20) - 19}{2} = 13 \text{ cm}$$

۱۷- گزینه ۳ مثلث HMD قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس داریم:

$$DH^2 + HM^2 = DM^2 \rightarrow x^2 + x^2 = 2^2 = 4 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \sqrt{2}$$



۱۸- گزینه ۳ سرعت نور را در مدت زمان حرکت که 90 s است ضرب می‌کنیم:

$$\text{مسافت طی شده} = 3 \times 10^8 \times 90 = 270 \times 10^8 = 2,7 \times 10^{10}$$

۱۹- گزینه ۴

$$\frac{25,1 \times 10^4 \times 0,000012}{0,000002 \times 10^{-6}} = \frac{25,1 \times 10^4 \times 12 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-5} \times 10^{-6}} = 25,1 \times 6 \times 10^{4-(-5)}$$

$$= 150,6 \times 10^9 = 1,506 \times 10^{11}$$

۲۰- گزینه ۲

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = (-2)^3 = -8$$

۲۱- گزینه ۳

$$\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times \sqrt{2} = 2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{4}}$$

۲۲- گزینه ۲

$$\frac{3^2}{\sqrt{9^2}} \times \sqrt[3]{3^5} = \frac{9}{\sqrt[3]{81}} \times \sqrt[3]{243} = 9 \times \frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{81}} = 3^2 \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^9 \times 3} = (\sqrt[3]{3})^7$$

۲۳- گزینه ۴

$$|2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}| - |5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}| = -2\sqrt{5} + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5} = 0$$

۲۴- گزینه ۳

$$\sqrt{1661521} = 1289$$

تعداد صفرهای مجذور کامل (اگر داشته باشد) زوج است پس گزینه‌ی ۲ مجذور کامل نیست. اولین رقم سمت راست هیچ مجذور کاملی ۲، ۳، ۵، ۷ نمی‌تواند باشد پس گزینه‌ی ۱ و ۴ هم مجذور کامل نیستند.

۲۵- گزینه ۴

- ۱۰
- ↓ +۷
- ۱۷
- ↓ +۹
- ۲۶
- ↓ +۱۱
- ۳۷
- ↓ +۱۳

$$37 + (13 + 15 + 17) = 82 \Rightarrow n = 80$$



۲۶ - گزینه ۴

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$$\Rightarrow 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2 = 2304 \Rightarrow n = 48$$

۲۷ - گزینه ۳ نکته: اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای: $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 = (2 - \sqrt{3} - (2 + \sqrt{3}))^2 = (2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3})^2$$

$$= (-2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$$

۲۸ - گزینه ۴

مجموعه A را با اعضایش مشخص می‌کنیم:

$$x^2 - 1 < 18 \Rightarrow x^2 < 19$$

$$\Rightarrow x = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4\} \Rightarrow x^2 = \{0, 1, 16, 81, 256\}$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 3 = \{-3, 2, 77, 402, 1277\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 5$$

۲۹ - گزینه ۴ هنگامی $\frac{36}{x}$ عدد طبیعی خواهد شد که x مقسوم‌علیه ۳۶ باشد. پس A مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۳۶ می‌باشد. یعنی:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

۳۰ - گزینه ۳ ابتدا اعضای مجموعه B را می‌نویسیم:

$$B = \{x \mid x = 4n - 1, n \in A\} = \{3, 7, 11, 15, \dots, 119\}$$

و سپس با توجه به این که $B \subseteq A$ است یعنی اعضای B را که کم‌تر از ۳۰ باشند را انتخاب می‌کنیم

$$B = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27\}$$

پس تعداد اعضای مجموعه B برابر ۷ است. $n(B) = 7$

۳۱ - گزینه ۳ می‌توانیم بنویسیم:

$$(\sqrt{2005} - \sqrt{1995})(\sqrt{2005} + \sqrt{1995}) = 10$$

$$\Rightarrow \sqrt{2005} - \sqrt{1995} = \frac{10}{a}$$

۳۲ - گزینه ۳ نکته (۱): این دو معادله‌ی توانی زمانی مساوی می‌شوند که توان آنها صفر باشد تا به صورت $2^0 = 3^0$ تبدیل شوند.

نکته (۲): هر عدد (غیر از خود صفر) به توان صفر برسد حاصل برابر یک می‌باشد.

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$x - y + 5 = 0 \xrightarrow{x=4} 4 - y + 5 = 0 \Rightarrow 9 - y = 0 \Rightarrow y = 9$$

۳۳ - گزینه ۴

$$2^{3z-1} = 2^{3z} \div 2^1 = (2^3)^z \div 2^1 = 10^3 \div 2^1 = 1000 \div 2 = 500$$

۳۴ - گزینه ۱

$$(x - a)(x - b)(x - c) \dots (x - x)(x - y)(x - z)$$

توالی ضرب به حروف انگلیسی است و جمله $(x - x)$ وقتی در عبارت ظاهر می‌شود مقدارش صفر است و صفر ضربدر هر عددی صفر می‌شود.

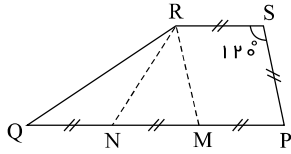
۳۵ - گزینه ۴

$$2x^3 + x^2 - 18x - 9 = (2x^3 - 18x) + (x^2 - 9) = 2x(x^2 - 9) + (x^2 - 9)$$

$$= (x^2 - 9)(2x + 1) = (x - 3)(x + 3)(2x + 1)$$



۳۶- گزینه ۴ شکل زیر را در نظر بگیرید.



چون $PM = RS$ و $PM \parallel RS$ ، متوازی الاضلاع $PMRS$ ، در نتیجه لوزی است؛ پس $RM = MP$ و زاویه RMP برابر 120° است. زاویه RMN برابر 60° است و مثلث MNR متساوی الساقین است؛ پس $MN = NR$ و زاویه RNQ برابر 120° است. به این ترتیب، زاویه PQR که

$$\frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ \text{ همان زاویه } NQR \text{ است، برابر است با}$$

۳۷- گزینه ۱ تنها گزینه‌ی ۱ می‌تواند پاسخ درست باشد شکل‌های S و P هر دو در یک سمت خط $x = y$ قرار دارند پس نمی‌توانند قرینه‌ی هم باشند به همین دلیل گزینه‌ی ۴ نیز رد می‌شود.

۳۸- گزینه ۴

$$y = 2x + 1 \xrightarrow{x=2p} p + 1 = 2(2p) + 1 \rightarrow p + 1 = 4p + 1 \rightarrow -3p = 0 \rightarrow p = 0$$

۳۹- گزینه ۲

$$\begin{cases} 2x - 3y = -10 \\ y = 2x + 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{مرتب می‌کنیم}} \begin{cases} 2x - 3y = -10 \\ -2x + 1y = +2 \end{cases}$$

$$-2y = -8$$

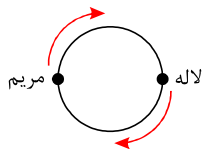
$$y = \frac{-8}{-2} = +4$$

$$y = 4$$

$$2x - 3y = -10 \rightarrow 2x - 3(4) = -10 \rightarrow 2x - 12 = -10 \rightarrow 2x = -10 + 12$$

$$\rightarrow 2x = +2 \rightarrow x = 1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

۴۰- گزینه ۱ وقتی به هم می‌رسند لاله ۵ دور بیشتر از مریم دویده است:



مسافتی که لاله دویده است

مسافتی که مریم دویده است

$9x + 0,5$	
۸	x

$$9x = 8x + 4 \rightarrow x = 4$$

۴۱- گزینه ۴

$$2y + 3x + 5 = 0 \quad \text{شیب} = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{+3}{2} = -\frac{3}{2}$$

نکته: چون x و y کنار هم هستند و در یک طرف تساوی هستند در فرمول شیب نماد قرینه را کنار کسر می‌گذاریم.

$$\frac{2y}{2} + \frac{3x}{2} + \frac{5}{2} = \frac{0}{2} \rightarrow y + \frac{3}{2}x + \frac{5}{2} = 0 \xrightarrow{\text{مرتب می‌کنیم}} y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{شیب} \quad a &= -\frac{3}{2} \\ \text{عرض از مبدأ} \quad b &= -\frac{5}{2} \end{aligned} \right\} \text{کاربرگ فوروز}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{شیب} \quad a &= -\frac{3}{2} \\ \text{عرض از مبدأ} \quad b &= -\frac{5}{2} \end{aligned} \right\}$$

دو طرف را تقسیم بر عدد پشت y می‌کنیم و مرتب می‌نماییم.

۴۲- گزینه ۳ نکته: دو خط وقتی بر هم عمودند که شیب‌ها عکس و قرینه باشند یا حاصل ضرب شیب‌ها -1 شود.



$$2x + 4y = 5 \quad \text{شیب } a = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$3y + (2m - 3)x = 4 \quad \text{شیب } a = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{2m - 3}{3} \xrightarrow{\text{عکس و قرینه}} +\frac{3}{2m - 3}$$

$$\frac{3}{2m - 3} = -\frac{1}{2} \rightarrow -2m + 3 = 6 \rightarrow -2m = 6 - 3 \rightarrow -2m = +3 \rightarrow m = -\frac{3}{2}$$

۴۳ - گزینه ۳

$$\left(\frac{x-5}{1} + \frac{6}{x+2}\right) \div 1 - \left(\frac{1}{2+x}\right) = \frac{\overbrace{(x-5)(x+2)+6}^{\text{اتحاد جمله مشترک}}}{x+2} \div \frac{2+x-1}{2+x}$$

$$= \frac{x^2 - 3x - 10 + 6}{x+2} \times \frac{x+2}{x+1} = \frac{\overbrace{x^2 - 3x - 4}^{\text{اتحاد جمله مشترک}}}{x+2} \times \frac{x+2}{x+1}$$

$$= \frac{(x-4)\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+2)}} \times \frac{\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+1)}} = (x-4)$$

۴۴ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-1}{x} = y &\Rightarrow x-1 = xy \\ \frac{y+1}{y} = x &\Rightarrow 1+y = xy \end{aligned} \right\} \Rightarrow x-1 = y+1 \rightarrow x-y = 2$$

۴۵ - گزینه ۲ هر عدد به توان (۲) نمی تواند منفی باشد. پس شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است:

$$\text{شیب} = \frac{-\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{a^2}{b^2} \quad \text{عدد منفی}$$

$$\text{عدد مثبت} = \frac{\text{عدد ثابت}}{\text{ضریب } y} = \frac{c^2}{b^2} \quad \text{عرض از مبدأ}$$

فقط در گزینه ۲ است که شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است.

۴۶ - گزینه ۱ نکته: از دوران ربع دایره نیم کره حاصل می شود.

اگر حول OB دوران بدهیم شکل حاصل یک نیم کره خواهد شد و حجم آن نصف حجم کره است.

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{حجم نیم کره} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$\text{فرمول حجم کره} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

۴۷ - گزینه ۳

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{کره}$$

$$V = \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) \times \frac{1}{2} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 2 \times 2 \times 2}{2} = \frac{16\pi}{3}$$

۴۸ - گزینه ۱ هر مکعب ۶ وجه و هر چهار وجهی ۴ وجه دارد. این حجم ها روی هم $42 = 4 + 3 + 6 + 5$ وجه دارند.



۴۹- گزینه ۱ شیب خط داده شده را می یابیم.

$$3x + 5y = 7 \rightarrow 5y = -3x + 7 \rightarrow y = \frac{-3}{5}x + \frac{7}{5} \rightarrow \text{شیب خط} = \frac{-3}{5}$$

معادله‌ی خط مورد نظر، شیب $\frac{-3}{5}$ دارد و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ می گذرد. شکل کلی معادله‌ی خط را برابر $y = ax + d$ در نظر می گیریم که در آن a شیب خط و d عرض از مبدأ است حال به جای a مقدار $\frac{3}{5}$ را قرار داده و به جای x و y نیز به ترتیب 4 و 5 قرار می دهیم تا مقدار d یعنی عرض از مبدأ حاصل شود:

$$4 = -\frac{3}{5} \times 5 + d \rightarrow 4 = -3 + d \rightarrow d = 7$$

$$\text{معادله‌ی خط: } y = -\frac{3}{5}x + 7$$

۵۰- گزینه ۱ نکته: مساحت یک نیم کره توپُر به شعاع R برابر است با: $3\pi R^2$

$$3\pi R^2 = 120 \rightarrow R^2 = \frac{120}{3\pi} = \frac{40}{\pi} \rightarrow R = \sqrt{\frac{40}{\pi}} \text{ cm}$$

$$R \text{ مساحت کره با شعاع } R = 3\pi R^2 = 3 \times \pi \left(\sqrt{\frac{40}{\pi}} \right)^2 = 3\pi \times \frac{40}{\pi} = 120 \text{ cm}^2$$

۵۱- گزینه ۳

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 7x^2 + 5 \left| \frac{x^3 - 2}{2x - 7} \right. \\ \hline -2x^3 + 4x \\ \hline -7x^2 + 4x + 5 \\ \hline +7x^2 - 14 \\ \hline 4x - 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow 4x - 9 = ax + b \Rightarrow a = 4, b = -9 \Rightarrow a + b = 4 - 9 = -5$$

۵۲- گزینه ۱

ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم استوانه

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$$

$$\text{حجم استوانه} = \pi r^2 \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 10 = \frac{1}{3} \times \pi \times 9 \times 10 = 30\pi$$

$$\pi \times 3^2 \times 20 = \pi \times 9 \times 20 = 180\pi$$

$$\text{حجم ۲ تا مخروط} = 60\pi$$

$$\Rightarrow 180\pi - 60\pi = 120\pi$$

۵۳- گزینه ۱

در مورد «ج» داریم:

$$\frac{3\pi + 3}{2\pi + 2} = \frac{3(\pi + 1)}{2(\pi + 1)} = \frac{3}{2}$$

که عددی گویا است.

اما در سایر موارد، هر سه عدد عددی غیرگویا هستند. در مورد (الف) صورت کسر غیرگویا و مخرج گویا است، پس عدد، عددی غیرگویا است. مورد (ب) برابر $\sqrt{3}$ و

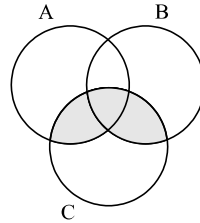
مورد (د) یعنی $\sqrt{10}$ هر دو عددهایی غیرگویا هستند.

۵۴- گزینه ۲ قسمت هاشور خورده در شکل صورت سوال برابر است با عضوهایی که هم در C هستند و هم در $A \cup B$ ولی در $A \cap B$ قرار ندارند، پس عبارت $(C \cap (A \cup B)) - (A \cap B)$ نشان دهنده‌ی قسمت هاشورخورده‌ی شکل سوال است.

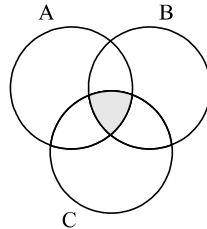
بررسی سایر گزینه‌ها:



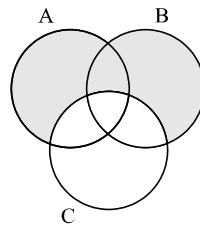
گزینه «۱»:



گزینه «۳»:



گزینه «۴»:



۵۵ - گزینه ۴ ابتدا باتوجه به مساحت کره شعاع آن را به دست می آوریم.

$$4\pi r^2 = 100\pi \Rightarrow 4r^2 = 100 \Rightarrow r^2 = 25 \Rightarrow r = 5$$

با داشتن شعاع کره می توانیم حجم آن را نیز محاسبه کنیم.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 5^3 = \frac{125 \times 4}{3}\pi = \frac{500}{3}\pi$$

۵۶ - گزینه ۲ ابتدا طرف چپ تساوی را ساده می کنیم:

$$(x-1)(x^2 + bx^2 + ax - 2) = x^3 - 3x + 2$$

$$\cancel{x^3} + bx^3 + ax^2 - 2x - x^3 - bx^2 - ax + 2 = \cancel{x^3} - 3x + 2$$

$$(b-1)x^3 + (a-b)x^2 - (a+2)x + 2 = -3x + 2$$

باتوجه به تساوی بالا:

$$b-1=0 \Rightarrow b=1$$

$$a-b=0 \Rightarrow a=b=1 \Rightarrow a=1$$

$$-(a+2) = -3 \Rightarrow a=1$$

$$a+b=1+1=2$$

در نتیجه:

۵۷ - گزینه ۲ باتوجه به اتحاد مربع دو جمله ای مربع این عبارت را محاسبه می کنیم:

$$(\sqrt{\sqrt{50}+7} - \sqrt{\sqrt{50}-7})^2 =$$



$$= (\sqrt{\sqrt{50} + 7})^2 - 2(\sqrt{\sqrt{50} + 7})(\sqrt{\sqrt{50} - 7}) + (\sqrt{\sqrt{50} - 7})^2$$

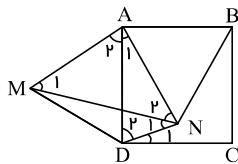
$$= |\sqrt{50} + 7| - 2\sqrt{(\sqrt{50})^2 - 7^2} + |\sqrt{50} - 7|$$

در این مرحله از اتحاد مزدوج هم استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{50} + 7 > 0}{\sqrt{50} - 7 > 0} \quad \sqrt{50} + 7 - 2\sqrt{1} + \sqrt{50} - 7$$

$$= 2\sqrt{50} - 2 = 10\sqrt{2} - 2$$

۵۸ - گزینه ۱



برای راحتی زاویه MND را با \widehat{N}_1 نشان می‌دهیم:

زاویه \widehat{A}_1 برابر است با $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ اختلاف زاویه مربع و مثلث متساوی‌الاضلاع) زاویه \widehat{A}_2 برابر است با 60° (زاویه مثلث متساوی‌الاضلاع).

مثلث AMN متساوی‌الساقین است، پس $\widehat{M}_1 = \widehat{N}_2$ و زاویه رأس آن $(\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2) = 90^\circ$ است، پس $\widehat{M}_1 = \widehat{N}_2 = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$ از طرفی مثلث ADN هم متساوی‌الساقین است با زاویه رأس $\widehat{A}_1 = 30^\circ$ و در نتیجه \widehat{D}_2 و $\widehat{N}_1 + \widehat{N}_2$ برابر هستند.

$$\widehat{N}_1 + \widehat{N}_2 = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{N}_1 + \widehat{N}_2 = 75^\circ \xrightarrow{\widehat{N}_2 = 45^\circ} \widehat{N}_1 = 30^\circ$$

۵۹ - گزینه ۱ ابتدا معادله خط را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$3x - 2my + 3 = (m - 2)x + y$$

$$-2my - y = (m - 2)x - 3x - 3$$

$$\Rightarrow y(-2m - 1) = (m - 2 - 3)x - 3$$

$$\Rightarrow y(-2m - 1) = (m - 5)x - 3$$

$$\Rightarrow y = \frac{(m - 5)}{(-2m - 1)}x - \frac{3}{(-2m - 1)} \Rightarrow y = \frac{m - 5}{(-2m - 1)}x + \frac{3}{2m + 1}$$

عرض از مبدأ این خط به صورت $\frac{3}{2m + 1}$ که مقدار آن برابر -3 است.

در نتیجه:

$$\frac{3}{2m + 1} = -3 \Rightarrow 3 = -3(2m + 1)$$



$$\Rightarrow 3 = -6m - 3 \Rightarrow +6m = -6 \Rightarrow m = -1$$

۶۰- گزینه ۳ ابتدا محل برخورد دو خط را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - x = 2 \\ y - 2x = 3 \end{cases} \Rightarrow + \begin{cases} -y + x = -2 \\ y - 2x = 3 \end{cases}$$

$$-x = 1 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow y - x = 2 \xrightarrow{x=-1} y - (-1) = 2 \Rightarrow y + 1 = 2 \Rightarrow y = 1$$

پس محل برخورد دو خط، نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ است.

حال شیب خط $2x - y = 0$ را به دست می آوریم (خطهای موازی شیبهای برابر دارند).
 شیب خط = ۲

$$2x - y = 0 \Rightarrow -y = -2x \rightarrow y = 2x$$

حال با جایگذاری نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ در معادله $y = 2x + b$ داریم:

$$y = 2x + b \Rightarrow 1 = 2 \times (-1) + b \Rightarrow 1 = -2 + b \Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow \text{معادله خط } y = 2x + 3 \Rightarrow y - 2x = 3$$

۶۱- گزینه ۳ ابتدا اعضای مجموعه A را مشخص می کنیم.

x	y	xy	x^y
۱	۸	۸	$1^8 = 1$
۲	۴	۸	$2^4 = 16$
۴	۲	۸	$4^2 = 16$
۸	۱	۸	$8^1 = 8$
-۱	-۸	۸	$(-1)^{-8} = 1$
-۲	-۴	۸	$(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$
-۴	-۲	۸	$(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{16}$
-۸	-۱	+۸	$(-8)^{-1} = \frac{1}{(-8)^1} = -\frac{1}{8}$

اعضای تکراری را حذف می کنیم.

$$A = \left\{ 1, 16, 8, \frac{1}{16}, -\frac{1}{8} \right\} \Rightarrow n(A) = 5$$

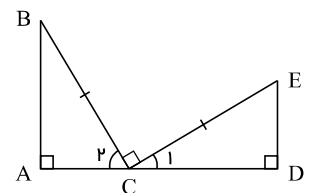
برای مجموعه A ۵ عضو A تعداد زیرمجموعه های دو عضوی به صورت $\frac{5 \times 4}{2} = 10$

نکته: تعداد زیرمجموعه های دو عضوی یک مجموعه n عضوی به صورت $\frac{n(n-1)}{2}$ به دست می آید.

۶۲- گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} \widehat{C}_1 + \widehat{C}_r &= 90^\circ \\ \widehat{C}_1 + \widehat{E} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{C}_r = \widehat{E}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{C}_1 + \widehat{C}_r &= 90^\circ \\ \widehat{C}_r + \widehat{B} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{B}$$



پنجم کاربرگ نوروز

پس این دو مثلث بنا بر حالت های دو زاویه و ضلع بین و چون قائمه هم هستند، بنا بر حالت وتر و یک زاویه تند با هم، هم نهشت هستند.



$$\begin{array}{r} x^3 + 5x^2 + 7 \\ x^3 - 2x^2 \\ \hline 7x^2 + 7 \\ 7x^2 - 14x \\ \hline 14x + 7 \\ 14x - 28 \\ \hline 35 \end{array}$$

۶۴ - گزینه ۲ ابتدا حجم کره به شعاع 6cm را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 6^3 = 288\pi$$

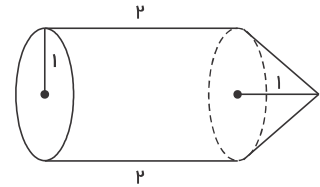
حال این حجم را برابر حجم افزوده شده قرار می‌دهیم:

$$V = sh = \pi r^2 h = 8\pi r^2 = 288\pi \Rightarrow 8r^2 = 288$$

$$r^2 = 36 \Rightarrow r = 6$$

۶۵ - گزینه ۲ شکل زیر از یک استوانه و یک مخروط تشکیل شده است.

$$\begin{aligned} \text{مخروط} + V_{\text{استوانه}} &= \text{حجم شکل حاصل} \\ \pi(1)^2 \times 2 + \frac{1}{3}\pi(1)^2 \times 1 &= 2\pi + \frac{1}{3}\pi = \frac{7}{3}\pi \end{aligned}$$



۶۶ - گزینه ۳ ابتدا حاصل $\sqrt{x^2}$ را به صورت قدر مطلق می‌نویسیم و سپس با مشخص کردن علامت (منفی یا مثبت) داخل قدر مطلق، آنها را بدون نماد قدر مطلق می‌نویسیم.

$$\sqrt{x^2} = |x| \quad \underline{x < 0} \quad -x$$

$$|1-x| \quad \begin{array}{l} x < 0 \\ 1-x > 0 \end{array} \quad 1-x$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2} - |1-x| = -x - (1-x) = -x - 1 + x = -1$$

۶۷ - گزینه ۱ ابتدا حاصل داخل پرانتز را به دست می‌آوریم:

$$\frac{2^{-4} \div 3^4}{5 \cdot 4^{-2} \div 9^2} = \frac{\frac{1}{2^4} \div 3^4}{\left(\frac{4}{10}\right)^{-2} \div (3^2)^2} = \frac{\frac{1}{2^4} \times \frac{1}{3^4}}{\left(\frac{10}{4}\right)^2 \times \frac{1}{3^4}}$$

$$\frac{\frac{1}{2^4}}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{1}{2^4} \times \frac{2^2}{5^2} = \frac{1}{2^2 \times 5^2} = \frac{1}{100} \Rightarrow \left(\frac{1}{100}\right)^{-1} = 100$$

۶۸ - گزینه ۱ تنها در صورتی این تساوی $5^{a-3b-7} = 7^{2a-7b-15}$ برقرار است که توان آنها صفر باشد و حاصل هر دو ۱ شود، پس داریم:

$$\begin{cases} a - 3b - 7 = 0 \\ 2a - 7b - 15 = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} a - 3b = 7 \\ 2a - 7b = 15 \end{cases} \times (-2) \begin{cases} -2a + 6b = -14 \\ 2a - 7b = 15 \end{cases}$$

$$-b = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$2a - 7(-1) = 15 \rightarrow 2a = 8 \rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow a + b = -1 + 4 = 3$$

۶۹- گزینه ۳ باتوجه به اینکه $\sqrt{n^2} = |n|$ ، این دو عبارت را به صورت نماد قدر مطلق می‌نویسیم.

$$\sqrt{(-x+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2} = |-x+1| - |x-2| \quad (1)$$

$$|-x+1| \begin{matrix} x > 2 \\ -x+1 < 0 \end{matrix} - (-x+1) = x-1$$

$$|x-2| \begin{matrix} x > 2 \\ x-2 > 0 \end{matrix} \xrightarrow{\text{با جایگذاری در رابطه (1)}} x-2 \rightarrow x-1 - (x-2) = x-1 - x+2 = 1$$

۷۰- گزینه ۲ مقدار $x^2 - 3x - 15 = 0$ است، پس اگر $(x-5)(x+2)$ آن را کم کنیم، چیزی که باقی می‌ماند، مقدار $(x-5)(x+2)$ خواهد بود.

$$(x-5)(x+2) - (x^2 - 3x - 15) = \cancel{x^2} - \cancel{3x} - 10 - \cancel{x^2} + \cancel{3x} + 15 = 5$$

۷۱- گزینه ۳ باتوجه به اینکه مساحت کل مکعب بر ضلع a برابر $6a^2$ و حجم مکعب به ضلع a برابر a^3 است، پس:

$$\frac{6a^2}{a^3} = 1 \Rightarrow \frac{6}{a} = 1 \Rightarrow a = 6$$

مساحت جانبی مکعب به ضلع a برابر $4a^2$ است.

$$\Rightarrow 4 \times 6^2 = 144$$

۷۲- گزینه ۴ از داخلی‌ترین رادیکال شروع به حل سؤال می‌کنیم:

98×102 با استفاده از اتحاد مزدوج برابر $(100-2)(100+2)$ است، پس:

$$\sqrt{4 + (100-2)(100+2)} = \sqrt{4 + 100^2 - 4} = \sqrt{100^2} = 100$$

حال داریم:

100×96 برابر است با $(98-2)(98+2)$ پس:

$$\sqrt{4 + (98-2)(98+2)} = \sqrt{4 + 98^2 - 4} = \sqrt{98^2} = 98$$

داریم:

98×94 نیز برابر $(96-2)(96+2)$ است، پس:

$$\sqrt{4 + (96-2)(96+2)} = \sqrt{4 + 96^2 - 4} = \sqrt{96^2} = 96$$

۷۳- گزینه ۲ ابتدا طرفین عبارت $x - y = 3$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(x-y)^2 = (3)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 9$$

آن‌گاه همان‌طور که در صورت سؤال داریم $xy = 10$ پس به جای xy در عبارت بالا عدد ۱۰ قرار می‌دهیم:

$$x^2 + y^2 - 2(10) = 9 \Rightarrow x^2 + y^2 = 29$$

حاصل عبارت $x^2 + y^2 - 10$ را با جایگذاری $x^2 + y^2 = 29$ به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{x^2 + y^2}_{29} - 10 = 29 - 10 = 19$$

$$\underbrace{(2x^2 - \sqrt{7})(2x^2 + \sqrt{7})}_{\text{اتحاد مزدوج}} (4x^2 + 5)$$

اتحاد مزدوج



$$= ((2x^r)^r - (\sqrt{7})^r)(4x^r + 5) = (4x^r - 7)(4x^r + 5)$$

حال باتوجه به اتحاد جمله مشترک داریم:

$$(4x^r - 7)(4x^r + 5) = (4x^r)^r - 2(4x^r) - 35 = 16x^8 - 8x^r - 35$$

۷۵- گزینه ۳

$$\frac{b^{-1} + a^{-1}}{ax + bx} = \frac{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}}{x(a+b)} = \frac{\frac{a+b}{ab}}{x(a+b)} = \frac{\cancel{(a+b)} \cancel{(ab)}}{x \cancel{(ab)} \cancel{(a+b)}} = \frac{1}{x}$$

۷۶- گزینه ۴ شاید در ابتدا فکر کنید چنین چیزی امکان پذیر نیست اما اگر توان دو طرف صفر باشد، امکان پذیر است.

$$5^\circ = 7^\circ = 1$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{3} - 1 = 0 &\rightarrow \frac{x}{3} = 1 \rightarrow x = 3 \\ 5x - 15 = 0 &\rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow x = 3$$

۷۷- گزینه ۱

$$\frac{729 \times 196}{216 \times 225} = \frac{3^6 \times 14^2}{6^3 \times 15^2} = \frac{3^6 \times 2^2 \times 7^2}{2^3 \times 3^3 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3^6 \times 2^2 \times 7^2}{3^5 \times 2^3 \times 5^2} = \frac{3 \times 7^2}{2 \times 5^2}$$

از آن جایی که سوال $\frac{2}{3}$ عبارت بالا را خواسته در $\frac{2}{3}$ ضرب می کنیم:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3 \times 7^2}{2 \times 5^2} = \frac{7^2}{5^2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2$$

۷۸- گزینه ۴ نکته: رابطه تبدیل رادیکال به توان داریم:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

طبق نکته بالا خواهیم داشت:

$$3^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

۷۹- گزینه ۱ نکته: مساحت کره با شعاع r برابر $4\pi r^2$ و حجم آن برابر $\frac{4}{3}\pi r^3$ است.

دقت کنید که گفته قطر کره m برابر شود، شعاع کره R فرض می کنیم.

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times (mR)^3}{\frac{4}{3} \times \pi \times (R)^3} = \frac{m^3 R^3}{R^3} = m^3$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{4\pi(mR)^2}{4\pi(R)^2} = \frac{m^2 \times R^2}{R^2} = m^2$$

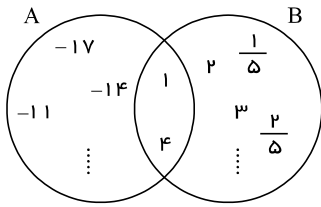
۸۰- گزینه ۲ از اتحاد مربع سه جمله ای استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \\ \rightarrow (a+b+c)^2 &= (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + ac + bc) \\ \rightarrow 7^2 &= 11 + 2(ab + ac + bc) \\ \rightarrow ab + ac + bc &= \frac{49 - 11}{2} = \frac{38}{2} = 19 \end{aligned}$$

گزینه ۴ - ۸۱

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \rightarrow 2ab = a^2 + b^2 - (a-b)^2 \rightarrow ab = \frac{a^2 + b^2 - (a-b)^2}{2}$$





خ) $C - B = \left\{ \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1, \dots, \frac{14}{5}, \frac{16}{5}, \dots, 4 \right\} \Rightarrow n(C - B) = 19 \checkmark$

د) $A \cap B \cap C \cap D = \emptyset \times$

$|a| + |b| + |b| + a = |b - a| + a + b = b - a + a + b = 2b$

$|a| + |b| + |b| + a = |a + b| + a - b = -2b$

$|a| + |b| + |b| + a = |a + b| + a - b = 2a$

۹۲- گزینه ۱ اگر $b > 0 > a$ آنگاه:

اگر $a > 0 > b$ آنگاه: $|b| > a$

اگر $a > 0 > b$ آنگاه: $a > |b|$

۹۳- گزینه ۳ تشریح گزینه‌ها:

گزینه (۱)

$\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25} \Rightarrow 4 < \sqrt{21} < 5$

گزینه (۲)

$\sqrt{3} \approx 1,7 \Rightarrow 0 < 0,7 < 1$

گزینه (۳)

$4 < 2\sqrt{15} < 6 \Rightarrow \sqrt{16} < \sqrt{60} < \sqrt{36} \times$

گزینه (۴)

$\sqrt{0,36} < \sqrt{0,37} < \sqrt{0,49} \Rightarrow 0,6 < \sqrt{0,37} < 0,7$

بنابراین گزینه ۳ نادرست است.

۹۴- گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ BE = AE \text{ وسط } E \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز}} \triangle CEB \simeq \triangle AEF$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BC = AF \\ CE = EF \\ \hat{C}_1 = \hat{F} \end{cases}$$

۹۵- گزینه ۳ در مجموعه A با قرار دادن $a = \frac{1}{4}$ در مجموعه B با قرار دادن $a = -2$ و در مجموعه D با قرار دادن $a = 1$ یا $a = -1$ همه آنها به

مجموعه اعداد زوج طبیعی تبدیل می‌شوند اما در مجموعه C چنین مقداری برای a وجود ندارد.

۹۶- گزینه ۲ حاصل جمع عبارت مقابل را می‌خواهیم:

$A = 7 + 21 + 35 + \dots + 497$

$\text{تعداد اعداد} = \frac{497 - 7}{14} + 1 = 36$

پنجم کاربرگ روز



$$A = 7(1 + 3 + \dots + 71) = 7 \times \left(\frac{36 \times (1 + 71)}{2} \right) = 7 \times 36 \times 36$$

۹۷ - گزینه ۳ از سال هشتم به یاد داریم:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + b^2 + ab + ab = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(10^{2n+3} + 3)^2 = (10^{2n+3})^2 + 3^2 + 2(3 \times 10^{2n+3})$$

$$= 10^{4n+6} + 9 + 6 \times 10^{2n+3} = \overbrace{100 \dots 600 \dots 9}^{\text{رقم } 4n+6}$$

رقم $2n+3$

$$\text{مجموع ارقام این عدد} = 1 + 6 + 9 = 16$$

۹۸ - گزینه ۲ برای به دست آوردن طول پاره خط MN باید $NO + OM$ را به دست آوریم.
نکته: طول یک پاره خط همواره عددی مثبت است.

$$OB = ON \Rightarrow ON^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \rightarrow ON = \sqrt{5}$$

$$OA = OM \Rightarrow OM^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \rightarrow OM = \sqrt{8} \Rightarrow MN = \sqrt{5} + \sqrt{8}$$

۹۹ - گزینه ۲ $\triangle ABC$ متساوی الساقین است، بنابراین داریم:

$$\hat{B} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

$BC \parallel Ax$ و خط AB مورب است، پس:

$$\hat{A}_1 = \hat{B} = 70^\circ$$

۱۰۰ - گزینه ۲ در هر چند جمله‌ای، درجه نسبت به یک متغیر را برابر بزرگترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می‌کنیم که در گزینه ۲ به درستی آورده شده است.



پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۱۶ - ۳	۳۱ - ۳	۴۶ - ۱	۶۱ - ۳	۷۶ - ۴	۹۱ - ۳
۲ - ۲	۱۷ - ۳	۳۲ - ۳	۴۷ - ۳	۶۲ - ۴	۷۷ - ۱	۹۲ - ۱
۳ - ۴	۱۸ - ۳	۳۳ - ۴	۴۸ - ۱	۶۳ - ۴	۷۸ - ۴	۹۳ - ۳
۴ - ۳	۱۹ - ۴	۳۴ - ۱	۴۹ - ۱	۶۴ - ۲	۷۹ - ۱	۹۴ - ۴
۵ - ۲	۲۰ - ۲	۳۵ - ۴	۵۰ - ۱	۶۵ - ۲	۸۰ - ۲	۹۵ - ۳
۶ - ۳	۲۱ - ۳	۳۶ - ۴	۵۱ - ۳	۶۶ - ۳	۸۱ - ۴	۹۶ - ۲
۷ - ۱	۲۲ - ۲	۳۷ - ۱	۵۲ - ۱	۶۷ - ۱	۸۲ - ۲	۹۷ - ۳
۸ - ۱	۲۳ - ۴	۳۸ - ۴	۵۳ - ۱	۶۸ - ۱	۸۳ - ۴	۹۸ - ۲
۹ - ۱	۲۴ - ۳	۳۹ - ۲	۵۴ - ۲	۶۹ - ۳	۸۴ - ۴	۹۹ - ۲
۱۰ - ۴	۲۵ - ۴	۴۰ - ۱	۵۵ - ۴	۷۰ - ۲	۸۵ - ۳	۱۰۰ - ۲
۱۱ - ۴	۲۶ - ۴	۴۱ - ۴	۵۶ - ۲	۷۱ - ۳	۸۶ - ۳	
۱۲ - ۳	۲۷ - ۳	۴۲ - ۳	۵۷ - ۲	۷۲ - ۴	۸۷ - ۲	
۱۳ - ۱	۲۸ - ۴	۴۳ - ۳	۵۸ - ۱	۷۳ - ۲	۸۸ - ۳	
۱۴ - ۳	۲۹ - ۴	۴۴ - ۱	۵۹ - ۱	۷۴ - ۴	۸۹ - ۱	
۱۵ - ۲	۳۰ - ۳	۴۵ - ۲	۶۰ - ۳	۷۵ - ۳	۹۰ - ۳	

