



آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓

با اسکن QR کد روبرو
وارد صفحه اینستاگرام
آکادمی تیزلاین شو و از
محتوای آموزشی
رایگان لذت ببر



برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) در حالت کلی انتقال، شیب خط را حفظ می کند.</p> <p>ب) بازتاب تبدیل همانی است.</p> <p>پ) تجانس مساحت شکل را حفظ می کند.</p> <p>ت) شرط اینکه تجانس طولها باشد با نسبت تجانس k، این است که $k =1$ باشد.</p>
۱	<p>ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی با نصف کمان روبه رو به آن زاویه است.</p>
۲	<p>طول شعاع های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها $\sqrt{63}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط مرکزین آنها مساوی ۸ باشد.</p>
۱	<p>اگر در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $2P$، شعاع دایره محاطی برابر r باشد نشان دهید $S = rP$.</p>
۱.۵	<p>در مثلث ABC که $AB = 3$ و $AC = 4$ و $A = 60^\circ$ طول ضلع BC و سینوس زاویه C را بیابید.</p>
۱.۵	<p>طول ارتفاع مثلثی به اضلاع ۷ و ۸ و ۹ را بیابید.</p>

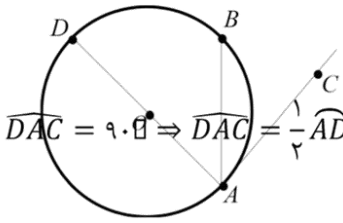


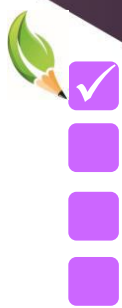
۱.۵		۷	در شکل مقابل $\sin C$ چقدر است؟
۱		۸	دستور محاسبه مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a را به کمک دستور هرون بدست آورید.
۱		۹	ثابت کنید مساحت هر متوازی‌الاضلاع برابر است با حاصل ضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آن دو ضلع.
۱.۵		۱۰	در مثلث ABC ، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای AMB و AMC هستند ثابت کنید $PQ \parallel BC$
۱.۵		۱۱	ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) با ارتفاع $AH = h_a$ داریم $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$
۱		۱۲	یک مربع را در تجانس با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز تلاقی قطرها تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و

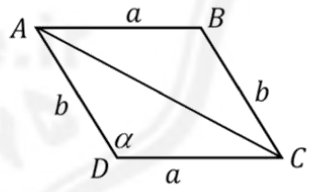
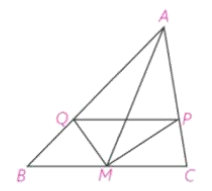


	تصویرش ۵ باشد محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.	
۱۳	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد AB و $A'B'$ هم اندازه اند.	۱.۵
۱۴	در دایره $C(O,R)$ وتر AB وتر CD به طول ۹ سانتی متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است اگر $AB = 1\sqrt{cm}$ آنگاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع می کند؟	۱.۵
۱۵	در مثلث ABC ، $AB = 3$ و $AC = 5$ و $BC = 7$ است طول نیمساز زاویه A را بیابید.	۱.۵



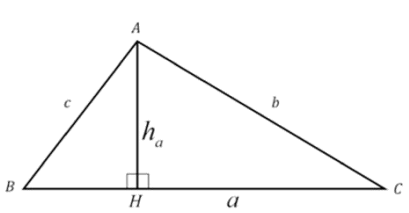
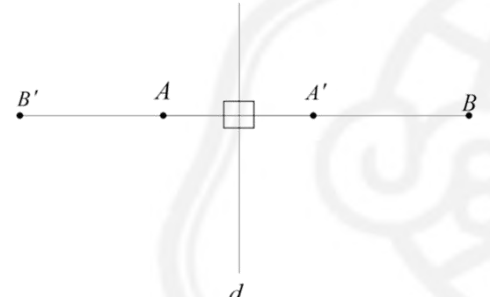
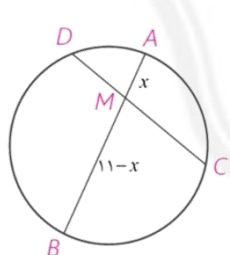
<p>الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست</p>	<p>زاویه ظلی CAB را در نظر بگیرید و قطری از دایره را رسم کنید که شامل نقطه A هست.</p>  <p>$\widehat{DAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DAC} = \frac{1}{2}\widehat{AD}$</p> <p>زاویه DAB یک زاویه محاطی است بنابراین</p> <p>$\widehat{DAB} = \frac{1}{2}\widehat{BD}$</p> <p>در نتیجه</p> <p>$\widehat{DAC} - \widehat{DAB} = \frac{1}{2}(\widehat{AD} - \widehat{DB}) \Rightarrow \widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{AB}$</p>	<p>طول مماس مشترک خارجی $\Rightarrow TT'^2 = d^2 - (R - R')^2 \Rightarrow 63 = 64 - (R - R')^2$ طول مماس مشترک داخلی $\Rightarrow TT'^2 = d^2 - (R + R')^2 \Rightarrow 15 = 64 - (R + R')^2$</p> <p>$(R - R')^2 = 1 \Rightarrow R - R' = 1$ $(R + R')^2 = 49 \Rightarrow R + R' = 7$</p> <p>$2R = 8 \rightarrow R = 4$ $\rightarrow R' = 3$</p>	<p>فرض کنیم $A_1A_2 \dots A_n$ چندضلعی مورد نظر باشد از هر رأس به مرکز دایره محاطی وصل می‌کنیم در این صورت n مثلث داریم. از طرفی شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است لذا شعاع دایره در هر مثلث همان ارتفاع است در نتیجه</p> <p>$S = \frac{1}{2}rA_1A_2 + \frac{1}{2}rA_2A_3 + \dots + \frac{1}{2}rA_{n-1}A_n = \frac{1}{2}r(A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_{n-1}A_n) = \frac{1}{2}r \times 2P = rP$</p>	<p>$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$ $= 3^2 + 4^2 - 2 \times 3 \times 4 \times \cos 60^\circ$ $= 9 + 16 - 24 \times \frac{1}{2} = 13 \Rightarrow BC = \sqrt{13}$</p> <p>$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \frac{3}{\sin C} = \frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \sin C = \frac{3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{13}} = \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$</p>
--	---	--	---	---



$2p = 7 + 8 + 9 \Rightarrow p = 12 \quad (0.25)$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12 \times 3 \times 4 \times 5} = 12\sqrt{5} \quad (0.25)$ $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c \quad (0.25)$ $12\sqrt{5} = \frac{9}{2}h_a = 4h_b = \frac{7}{2}h_c \Rightarrow \begin{cases} h_a = \frac{8\sqrt{5}}{3} & (0.25) \\ h_b = 3\sqrt{5} & (0.25) \\ h_c = \frac{24\sqrt{5}}{7} & (0.25) \end{cases}$	۶
$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos A$ $= 64 + 9 - 48 \times \frac{1}{2} = 49 \Rightarrow BC = 7$ $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \frac{8}{\sin C} = \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \sin C = \frac{8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{7} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$	۷
$2P = a + a + a = 3a \Rightarrow P = \frac{3}{2}a$ $S = \sqrt{P(P-a)(P-a)(P-a)} = \sqrt{\frac{3}{2}a \times \frac{1}{2}a \times \frac{1}{2}a \times \frac{1}{2}a} = \sqrt{\frac{3}{16}a^4} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$	۸
$S_{ABCD} = 2S_{ADC} = 2\left(\frac{1}{2}a \times b \times \sin \alpha\right) = ab \sin \alpha$ 	۹
 <p>در مثلث AMB پاره خط MQ نیمساز زاویه AMB می‌باشد لذا $\frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{QB}$</p> <p>با توجه به اینکه $MB = MC$ لذا $\frac{AM}{MC} = \frac{AQ}{QB}$</p> <p>در مثلث AMC پاره خط MP نیمساز زاویه AMC می‌باشد لذا $\frac{AM}{MC} = \frac{AP}{PC}$</p> <p>بنابراین</p> $\frac{AQ}{QB} = \frac{AM}{MC} = \frac{AP}{PC} \Rightarrow \frac{AQ}{QB} = \frac{AP}{PC}$ <p>در نتیجه طبق عکس قضیه تالس $PQ \parallel BC$</p>	۱۰





$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{2}ah_a \\ s &= \frac{1}{2}bc \end{aligned} \right\} \Rightarrow bc = ah_a \Rightarrow (bc)^r = (ah_a)^r$ $\Rightarrow b^r c^r = a^r h_a^r \Rightarrow b^r c^r = (b^r + c^r) h_a^r$ $\Rightarrow b^r c^r = b^r h_a^r + c^r h_a^r$ $\frac{b^r c^r}{b^r c^r h_a^r} = \frac{b^r h_a^r}{b^r c^r h_a^r} + \frac{c^r h_a^r}{b^r c^r h_a^r} \Rightarrow \frac{1}{h_a^r} = \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r}$		<p>۱۱</p>
$\frac{S'}{S} = \left(\frac{2}{3}\right)^r \Rightarrow S' = \frac{4}{9}S$ $S - S' = 5 \Rightarrow S - \frac{4}{9}S = 5 \Rightarrow S = 9 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow P = 4 \times 3 = 12$		<p>۱۲</p>
 $B'H = BH$ $B'A + AH = BA' + A'H$ $AH' = AH \Rightarrow BA' = B'A$ $\left. \begin{aligned} AB &= AA' + A'B \\ A'B' &= AA' + AB' \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB = A'B'$		<p>۱۳</p>
 $\frac{DM}{MC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DM}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow DM = 3 \Rightarrow MC = 6$ $DM \cdot MC = AM \cdot MD \Rightarrow 3 \times 6 = x(11-x) \Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0$ $(x-9)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2, x = 9$ <p>اما $x = 9$ قابل قبول نیست زیرا $AM < MB$ بنابراین $x = 2$ در نتیجه</p> $AM = 2 \Rightarrow MB = 11 - 2 = 9 \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{2}{9}$		<p>۱۴</p>
$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{BD+CD}{CD} = \frac{8}{5} \Rightarrow CD = \frac{35}{8}, BD = \frac{21}{8}$ $AD^r = AB \cdot AC - BD \cdot DC = 3 \times 5 - \frac{35}{8} \times \frac{21}{8} \Rightarrow AD = \frac{15}{8}$		<p>۱۵</p>

