



آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓

با اسکن QR کد روبرو
وارد صفحه اینستاگرام
آکادمی تیزلاین شو و از
محتواهای آموزشی
رایگان لذت ببر



برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

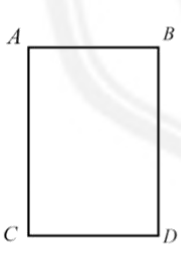
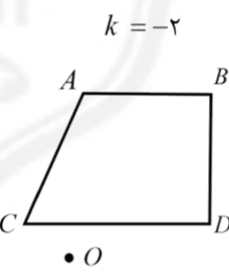
برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید

ردیف	سئوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اندازه زاویه محاطی برابر است با اندازه کمان روبرو به آن زاویه. ب) یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند. ج) تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند. د) در هر مثلث قائم‌الزاویه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبرو به آن ضلع برابر است با اندازه شعاع دایره محیطی مثلث.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اندازه هر زاویه ظلّی برابر است با کمان روبرو به آن زاویه. ب) تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند تبدیلات نامیده می‌شود. ج) در تجانس اگر نسبت تجانس کمتر از یک باشد، شکل کوچکتر می‌شود و آن را می‌نامیم. د) در هر مثلث مربع اندازه هر داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه منتهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.	۱
۳	فرض کنید دو وتر AB و CD از یک دایره با هم برابر باشند. ثابت کنید اندازه‌های کمان‌های AB و CD نیز با هم برابرند.	۱.۲۵
۴	در دایره $C(O,R)$ وتر AB ، وتر CD به طول ۹ سانتی‌متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = ۱۷\text{cm}$ آنگاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع کرده است؟	۲

بقیه در صفحه ۲

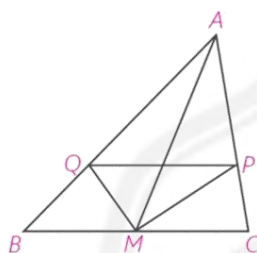


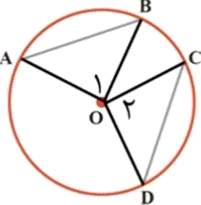
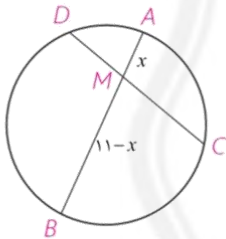
۱	<p>ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.</p>	۵
۱.۷۵	<p>در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد ثابت کنید اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، AB و $A'B'$ هم اندازه اند.</p>	۶
۱.۵	<p>با توجه به نسبت تجانس داده شده مجانس شکل های زیر را رسم کنید.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>$k = 1$</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>$k = -2$</p>  </div> </div>	۷
بقیه در صفحه ۳		

۸	با توجه به ویژگی تجانس و به کمک مثال نقض نشان دهید دو شکل متشابه الزاماً متجانس نیستند.												
۹	یک مربع را در تجانس با نسبت تجانس و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.												
۱۰	درستی یا نادرستی هر عبارت را داخل جدول مشخص کنید.												
	<table border="1"> <tr> <td>طول پاره خط را حفظ می کند</td> <td>اندازه زاویه را حفظ می کند</td> <td>شیب خط را حفظ می کند</td> <td>جهت شکل را حفظ می کند</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">تجانس</td> </tr> </table>	طول پاره خط را حفظ می کند	اندازه زاویه را حفظ می کند	شیب خط را حفظ می کند	جهت شکل را حفظ می کند					تجانس			
طول پاره خط را حفظ می کند	اندازه زاویه را حفظ می کند	شیب خط را حفظ می کند	جهت شکل را حفظ می کند										
تجانس													
۱۱	ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با ارتفاع $AH = h_a$ داریم: $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$												
بقیه در صفحه ۴													



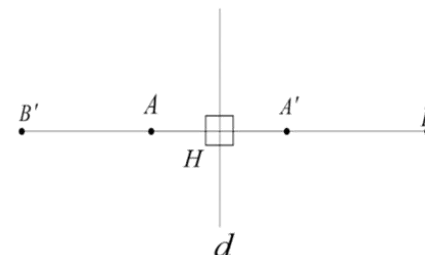
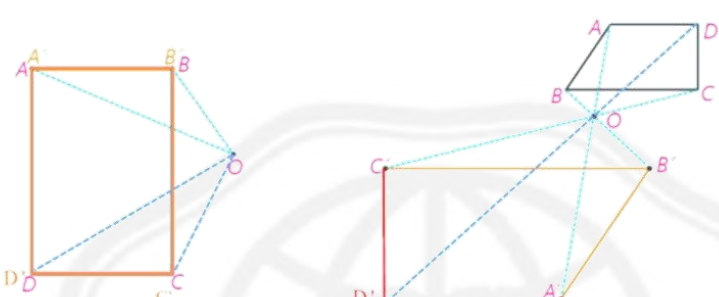
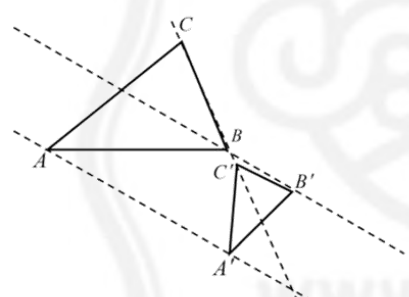
۱۲	در مثلث ABC ، $AB = 2\sqrt{2}$ و $AC = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ و $\hat{A} = 60^\circ$ طول ضلع BC را به کمک قضیه کسینوس‌ها به دست آورید.
۱۳	در مثلث ABC ، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای AMC و AMB هستند. ثابت کنید $PQ \parallel BC$.
۱۴	مثلث ABC با اضلاع ۴ و ۵ و ۷ مفروض است مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون به دست آورید.
۱۵	دستور محاسبه مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a را به کمک دستور هرون به دست آورید.



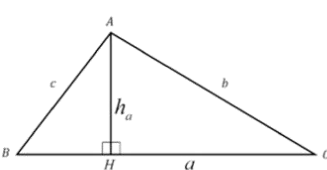
ردیف	کلید سئوالات
۱	الف) نادرست (نصف کمان روبرو) درست (ب) درست (ج) درست (د) نادرست (برابر است با طول قطر دایره محیطی آن) (هر مورد ۰.۲۵)
۲	الف) نصف (ب) طولیا (ایزومتري) (ج) انقباض (د) نیمساز (هر مورد ۰.۲۵)
۳	<p>(۰.۲۵) فرض</p> <p>(۰.۲۵) شعاع دایره</p>  <p>ض ض ض (۰.۲۵)</p> <p>شعاع دایره (۰.۲۵)</p> $\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OD} \\ \overline{OB} = \overline{OC} \end{array} \right\} \Rightarrow O \hat{A} B \cong O \hat{D} C \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (اجزای متناظر)}$ <p>بنابراین $AB = CD$ (۰.۲۵) زیرا اندازه زاویه مرکزی با کمان مقابل برابر است</p>
۴	 <p>$\frac{DM}{MC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{1}{3} \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow \frac{DM}{9} = \frac{1}{3} \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>$\Rightarrow DM = 3 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow MC = 6 \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>$DM \cdot MC = AM \cdot MD \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow 3 \times 6 = x(11-x) \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>$\Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0 \Rightarrow (x-9)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2, x = 9 \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>اما $x = 9$ قابل قبول نیست زیرا $AM < MB$ بنابراین $x = 2$ در نتیجه</p> <p>$AM = 2 \Rightarrow MB = 11 - 2 = 9 \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{2}{9} \text{ (۰/۲۵)}$</p>
۵	<p>فرض کنیم نیمساز زاویه BAC دایره محاطی را در نقطه‌ی BAC قطع کند. بنابر تعریف نیمساز داریم:</p> <p>$B\hat{A}D = C\hat{A}D \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>دو زاویه محاطی برابر کمان‌های روبروی برابری نیز دارند لذا:</p> <p>$BD = CD \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>کمان‌های مساوی، وترهای منظر مساوی دارند:</p> <p>$BD = CD \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>فاصله‌ی نقطه‌ی D از دو نقطه‌ی B و C به یک اندازه است در نتیجه طبق خاصیت عمودمنصف‌ها، نقطه‌ی D روی عمود منصف BC نیز قرار دارد.</p>





$B'H = BH \quad (0.25)$ $B'A + AH = BA' + A'H \quad (0.25)$ $AH' = AH \quad (0.25) \Rightarrow BA' = B'A \quad (0.25)$ $\left. \begin{aligned} AB = AA' + A'B \quad (0.25) \\ A'B' = AA' + AB' \quad (0.25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB = A'B' \quad (0.25)$	۶										
  <p>رسم هر شکل ۰.۷۵ نمره</p>	۷										
 <p>کافیست دو شکل مشابه رسم کنیم که وقتی هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم، هم‌رس نشوند به این ترتیب مرکز تجانس وجود نخواهد داشت در این صورت تجانس هم در کار نیست. (۰.۷۵) در شکل زیر دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند اما متجانس نیستند.</p> <p>(رسم شکل (۰.۲۵))</p>	۸										
<p>فرض کنیم a ضلع مربع اولیه باشد</p> $\frac{S'}{S} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \quad (0.25) \Rightarrow S' = \frac{4}{9}S$ $S - S' = 5 \Rightarrow S - \frac{4}{9}S = 5 \Rightarrow S = 9 \quad (0.25) \Rightarrow a = 3 \quad (0.25)$ $\Rightarrow P = 4 \times 3 = 12 \quad (0.25)$	۹										
<table border="1" data-bbox="243 1638 1299 1764"> <thead> <tr> <th>جهت شکل را حفظ می‌کند</th> <th>شیب خط را حفظ می‌کند</th> <th>اندازه زاویه را حفظ می‌کند</th> <th>طول پاره خط را حفظ می‌کند</th> <th>تجانس</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>×</td> <td>✓</td> <td>✓</td> <td>×</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>هر مورد ۰.۲۵ نمره</p>	جهت شکل را حفظ می‌کند	شیب خط را حفظ می‌کند	اندازه زاویه را حفظ می‌کند	طول پاره خط را حفظ می‌کند	تجانس	×	✓	✓	×		۱۰
جهت شکل را حفظ می‌کند	شیب خط را حفظ می‌کند	اندازه زاویه را حفظ می‌کند	طول پاره خط را حفظ می‌کند	تجانس							
×	✓	✓	×								



$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{2}ah_a \quad (./\ 25) \\ s &= \frac{1}{2}bc \quad (./\ 25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow bc = ah_a \quad (./\ 25) \Rightarrow (bc)^r = (ah_a)^r$ $\Rightarrow b^r c^r = a^r h_a^r \quad (./\ 25) \Rightarrow b^r c^r = (b^r + c^r)h_a^r \quad (./\ 25)$ $\Rightarrow b^r c^r = b^r h_a^r + c^r h_a^r$ $\frac{b^r c^r}{b^r c^r h_a^r} = \frac{b^r h_a^r}{b^r c^r h_a^r} + \frac{c^r h_a^r}{b^r c^r h_a^r} \quad (./\ 25) \Rightarrow \frac{1}{h_a^r} = \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r} \quad (./\ 25)$	<p>۱۱</p> 
$(BC)^r = (AB)^r + (AC)^r - 2 \times AB \times AC \times \cos 60^\circ \quad (./\ 5)$ $(BC)^r = (\sqrt{6} + \sqrt{2})^r + (2\sqrt{2})^r - 2 \times (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times (2\sqrt{2}) \times \frac{1}{2} \quad (./\ 25)$ $= 12 \quad (./\ 5) \Rightarrow BC = 2\sqrt{3} \quad (./\ 25)$	<p>۱۲</p>
<p>در مثلث AMB پاره خط MQ نیمساز زاویه AMB و در مثلث AMC پاره خط MP نیمساز زاویه AMC می‌باشد لذا:</p> $\left. \begin{aligned} \frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{QB} \quad (./\ 25) \xrightarrow{\substack{MB=MC \\ (./\ 25)}} \frac{AM}{MC} = \frac{AQ}{QB} \quad (./\ 25) \\ \frac{AM}{MC} = \frac{AP}{PC} \quad (./\ 25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AQ}{QB} = \frac{AP}{PC} \quad (./\ 25)$ <p>در نتیجه طبق عکس قضیه تالس $PQ \parallel BC$ $(./\ 25)$</p>	<p>۱۳</p>
$P = \frac{4+5+7}{2} = \frac{16}{2} = 8 \quad (./\ 5)$ $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad (./\ 25)$ $= \sqrt{8(8-4)(8-5)(8-7)} = \sqrt{8 \times 4 \times 3 \times 1} \quad (./\ 25)$ $= \sqrt{16 \times 6} \quad (./\ 25)$ $= 4\sqrt{6} \quad (./\ 25)$	<p>۱۴</p>
<p>فرض کنیم مثلث ABC یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a باشد</p> $AB = AC = BC = a \quad (./\ 25)$ $P_{ABC} = \frac{a+a+a}{2} = \frac{3}{2}a \quad (./\ 25)$ $S_{ABC} = \sqrt{\frac{3}{2}a \times (\frac{3}{2}a - a)^r} = \sqrt{\frac{3}{16}a^r} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^r \quad (./\ 25) \quad (./\ 25) \quad (./\ 25)$	<p>۱۵</p>

