



# آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓

با اسکن QR کد روبرو  
وارد صفحه اینستاگرام  
آکادمی تیزلاین شو و از  
محتوای آموزشی  
رایگان لذت ببر



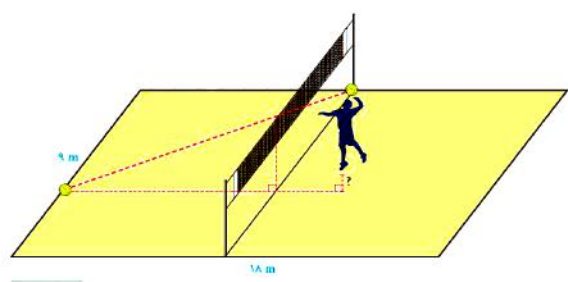
برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید

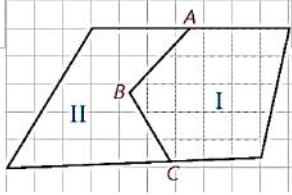
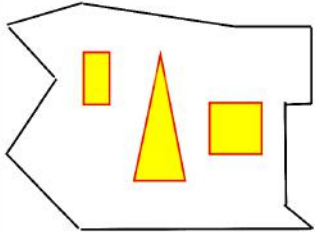


ردیف	شرح سوال	نمره
۱	اگر درستی یا نادرستی حکمی را ..... و برای رد آن ..... نیز نتوانیم بیابیم، ..... درباره درستی یا نادرستی آن حکم کلی نتیجه ای گرفت.	۱/۵
۲	به کمک قضیه لولا نشان دهید اگر در مثلث $ABC$ یک زاویه حاده باشد، میانه $AM$ از نصف ضلع $BC$ بزرگتر است، یعنی $AM > \frac{BC}{2}$ .	۱/۵
۳	ابعاد یک زمین استاندارد والیبال ۹متر در ۱۸ متر است که توسط خط میانی به دو مربع $9 \times 9$ تفکیک می شود و تور والیبال مردان با ارتفاع $2/5$ متر روی خط وسط نصب شده است. در یک لحظه، یک بازیکن با قد $170$ سانتی متر و در فاصله $3$ متری تور، به هوا می پرد و توپی را که در ارتفاع $30$ سانتی متری بالای سرش است با ضربه آبشار مماس بر تور وسط، روانه زمین حریف می کند و توپ روی خط انتهایی زمین حریف می نشیند. این بازیکن برای ضربه زدن چقدر به هوا پریده است؟	۲



۲		۴
۱/۵	<p>با توجه به اندازه‌های روی شکل، <math>x</math> را بیابید.</p>	
۱/۵	<p>از پنج راس متوالی یک <math>n</math> ضلعی محدب در مجموع ۲۴ قطر می‌گذرد. از چهار راس متوالی این <math>n</math> ضلعی، در مجموع چند قطر عبور می‌کند؟</p>	۵
۱	<p>ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین، اگر از نقطه دلخواه <math>M</math> روی قاعده، دو خط به موازات دو ساق رسم کنیم تا ساق‌ها را قطع کند، آن گاه مجموع دو پاره خط ایجاد شده روی این دو خط، مقدار ثابتی است.</p>	۶
۱	<p>از برخورد نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع، مستطیلی به وجود می‌آید که مساحتش یک چهارم مستطیلی است که از برخورد نیمسازهای خارجی متوازی‌الاضلاع ساخته شده است. ضلع بزرگ متوازی‌الاضلاع، چند برابر ضلع کوچک آن است؟</p>	۷

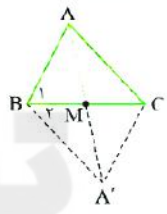
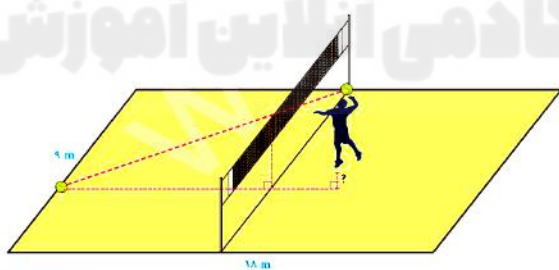
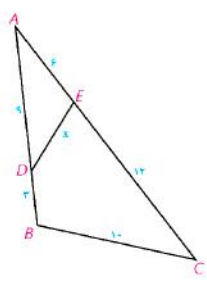


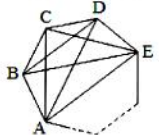
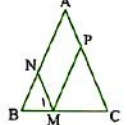
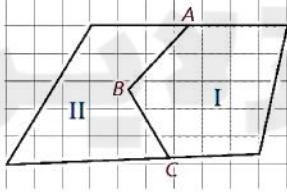
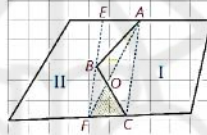
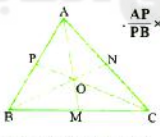
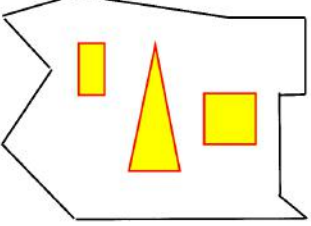
۱	<p>۸ دو شکل I و II دارای مرز مشترک <math>ABC</math> هستند. می‌خواهیم این مرز را به یک پاره خط مستقیم تبدیل کنیم به گونه‌ای که مساحت این دو شکل تغییری نکنند. با نشان دادن مراحل انجام کار روی شکل، آن را توصیف کنید.</p> 	۸
۱/۵	<p>۹ قضیه سوا را بیان و اثبات نمایید.</p>	۹
۱	<p>۱۰ مساحت قسمت سفید رنگ داخل شکل زیر را به کمک قضیه پیک بدست آورید.</p> 	۱۰
۱	<p>۱۱ دو صفحه <math>P</math> و <math>Q</math> بر هم عمودند و خط <math>d</math> نیز بر صفحه <math>P</math> عمود است. این خط نسبت به صفحه <math>Q</math>، ..... یا ..... است.</p>	۱۱
۱/۵	<p>۱۲ اگر یک مخروط را با یک صفحه موازی قاعده اش برش دهیم، یک ..... به دست می‌آید که اگر <math>R</math> شعاع قاعده، <math>R'</math> شعاع سطح مقطع آن و <math>h</math> فاصله دو قاعده باشد، حجم آن از رابطه ..... بدست می‌آید.</p>	۱۲

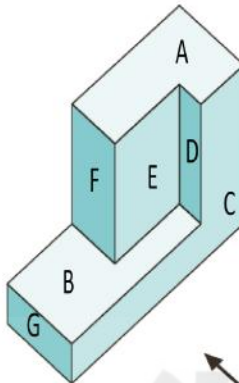

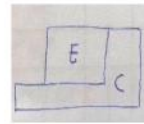
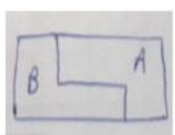

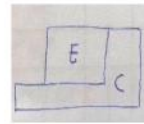
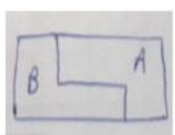

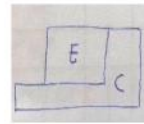
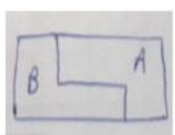
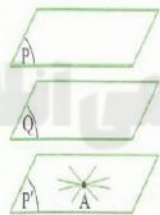
۱۵		<p>۱۳ اگر جهت فلش، نمای روبرو را بیان کند، نمای بالا، روبرو و سمت چپ را رسم کنید. ( با رسم مرز ها و ذکر دقیق نام نواحی )</p>						
		<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="582 414 837 470">نمای چپ</th> <th data-bbox="837 414 1101 470">نمای روبرو</th> <th data-bbox="1101 414 1356 470">نمای بالا</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="582 470 837 705"></td> <td data-bbox="837 470 1101 705"></td> <td data-bbox="1101 470 1356 705"></td> </tr> </tbody> </table>	نمای چپ	نمای روبرو	نمای بالا			
نمای چپ	نمای روبرو	نمای بالا						
۱	<p>۱۴ در صورتیکه از نقطه <math>A</math> خارج دو صفحه <math>P</math> و <math>Q</math> ، بتوان بی شمار خط به موازات این دو صفحه رسم کرد، وضعیت نقطه <math>A</math> و صفحات <math>P</math> و <math>Q</math> به چه حالت هایی می تواند باشد؟</p>							
۱	<p>۱۵ صفحه <math>P</math> ، خط <math>d</math> و نقطه <math>A</math> مفروض اند. می توانیم بیشمار صفحه گذرا بر نقطه <math>A</math> و عمود بر صفحه <math>P</math> بیابیم که با خط <math>d</math> موازی است. در این صورت صفحه ای که بر خط <math>d</math> عمود باشد، الزاما .....  </p>							





ردیف	شرح سوال	پاسخ
۱	اگر درستی یا نادرستی حکمی را ..... و برای رد آن ..... نیز نتوانیم بیابیم، ..... درباره درستی یا نادرستی آن حکم کلی نتیجه ای گرفت. اگر درستی یا نادرستی یک حکم کلی را بتوانیم اثبات کنیم و برای رد آن مثال نقض نیز نتوانیم بیابیم، نمی توان درباره درستی یا نادرستی آن حکم کلی نتیجه ای گرفت.	
۲	به کمک قضیه لولا نشان دهید اگر در مثلث $ABC$ ، $\hat{A}$ یک زاویه حاده باشد، میانه $AM$ از نصف ضلع $BC$ بزرگتر است، یعنی $AM > \frac{BC}{2}$ . ۴۳- الف) میانه $AM$ را به اندازه خودش ادامه می دهیم تا به $A'$ برسیم. پس $AA' = 2AM$ و $A'B = AC$ و $\hat{B}_1 + \hat{B}_2 > \hat{B}AC$ چون $ABA'C$ متوازی الاضلاع است و $\hat{B}AC + \hat{A}BA' = 180^\circ$ و چون $\hat{B}AC$ حاده است، $\hat{A}BA'$ منفرجه است. پس در دو مثلث $ABC$ و $ABA'$ ، دو ضلع برابر داریم: $(AC = A'B, AB = AB)$ زاویه بین این دو ضلع در مثلث $ABA'$ بزرگتر از مثلث $ABC$ است، در نتیجه طبق قضیه لولا به $AA' > BC$ می رسیم، یعنی $2AM > BC$ یا $AM > \frac{BC}{2}$	
۳	ابعاد یک زمین استاندارد والیبال ۹متر در ۱۸ متر است که توسط خط میانی به دو مربع ۹×۹ تفکیک می شود و تور والیبال مردان با ارتفاع ۲/۵ متر روی خط وسط نصب شده است. در یک لحظه، یک بازیکن با قد ۱۷۰ سانتی متر و در فاصله ۳ متری تور، به هوا می پرد و تویی را که در ارتفاع ۳۰ سانتی متری بالای سرش است با ضربه آبشار مماس بر تور وسط، روانه زمین حریف می کند و توپ روی خط انتهایی زمین حریف می نشیند. این بازیکن برای ضربه زدن چقدر به هوا پریده است؟	 $\frac{9}{9+3} = \frac{2/5}{17+2/3+x} \rightarrow$ $18 + 9x = 12 \times \frac{5}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3} = 1/3$
۴	با توجه به اندازه های روی شکل، $x$ را بیابید.	 $\frac{4}{9} = \frac{12}{18} : \frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC} \text{ و } \hat{A} \text{ مشترک} \Rightarrow \triangle DAE \simeq \triangle CAB$ $\rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{4}{18} = \frac{x}{6} \rightarrow \boxed{x = 5}$

۱/۵	<p>۵ از پنج رأس متوالی یک <math>n</math> ضلعی محدب در مجموع ۲۴ قطر می‌گذرد. از چهار رأس متوالی این <math>n</math> ضلعی، در مجموع چند قطر عبور می‌کند؟</p> <p><math>n = 9</math> → <math>24 = 6 - 3(n - 5)</math> تعداد قطرهای گذرنده از ۵ رأس متوالی در یک <math>n</math> ضلعی</p> <p><math>21 = 3 - 3(9 - 3)</math> تعداد قطرهای گذرنده از ۴ رأس متوالی در یک <math>n</math> ضلعی</p> 
۱	<p>۶ ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین، اگر از نقطه دلخواه <math>M</math> روی قاعده، دو خط به موازات دو ساقی‌ها را قطع کند، آن گاه مجموع دو پاره خط ایجاد شده روی این دو خط، مقدار ثابتی است.</p> <p><b>پاسخ</b> مثلث <math>ABC</math> متساوی‌الساقین است، پس <math>\hat{B} = \hat{C}</math>. از طرفی <math>\hat{M}_1 = \hat{C}</math> (چرا؟) پس <math>\hat{B} = \hat{M}_1</math> و این یعنی مثلث <math>BMN</math> هم متساوی‌الساقین است. در نتیجه <math>MN = BN</math>. حالا به چهارضلعی <math>ANMP</math> نگاه کنید. این چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است، چون <math>MP \parallel AN</math> و <math>MN \parallel AP</math>. پس <math>AN = MP</math>. در نتیجه حاصل <math>MN + MP = BN + AN</math> می‌شود <math>BN + AN</math> که برابر است با <math>AB</math> و این مقدار، ثابت است. (طول ساق مثلث)</p> 
۱	<p>۷ از برخورد نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع، مستطیلی به وجود می‌آید که مساحتش یک چهارم مستطیلی است که از برخورد نیمسازهای خارجی متوازی‌الاضلاع ساخته شده است. ضلع بزرگ متوازی‌الاضلاع، چند برابر ضلع کوچک آن است؟</p> <p><b>پاسخ</b> نسبت مساحت این دو مستطیل می‌شود <math>\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}</math>. پس <math>\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} = \frac{1}{4}</math> و این یعنی <math>\frac{a-b}{a+b} = \frac{1}{2}</math>. از این تناسب به رابطه <math>2a - 2b = a + b</math> می‌رسیم که نتیجه‌اش <math>a = 3b</math> است.</p>
۱	<p>۸ دو شکل I و II دارای مرز مشترک <math>ABC</math> هستند. می‌خواهیم این مرز را به یک پاره خط مستقیم تبدیل کنیم به گونه‌ای که مساحت این دو شکل تغییری نکنند. با نشان دادن مراحل انجام کار روی شکل، آن را توصیف کنید.</p>   <p>از <math>A</math> به <math>C</math> متصل، و از <math>B</math> موازی خط <math>AC</math> رسم کنید تا دو مرز دیگر را در <math>E</math> و <math>F</math> قطع کند. اکنون نشان دهید این مرز مشترک جدید می‌تواند مرز <math>AF</math> باشد؛ چرا؟ البته می‌تواند مرز <math>EC</math> نیز باشد.</p>
۱/۵	<p>۹ قضیه سوا را بیان و اثبات نمایید.</p> <p><b>مثال</b> (قضیه سوا) اگر پاره‌های <math>AM</math>، <math>BN</math> و <math>CP</math> در مثلث <math>ABC</math> هم‌سرا باشند، نشان دهید <math>1 = \frac{AP}{PB} \times \frac{BM}{MC} \times \frac{CN}{NA}</math></p>  <p><b>پاسخ</b> نسبت <math>\frac{S_{ABO}}{S_{ACO}}</math> با نسبت <math>\frac{S_{BOM}}{S_{COM}}</math> برابر است چون در هر دو نسبت قاعده مشترک است و ارتفاع‌ها می‌شود فاصله نقاط <math>B</math> و <math>C</math> از خط <math>AM</math>. این یعنی <math>\frac{S_{ABO}}{S_{ACO}} = \frac{BM}{MC}</math> به همین شکل می‌توانیم نشان دهیم <math>\frac{S_{ACO}}{S_{BCO}} = \frac{AP}{PB}</math> و <math>\frac{S_{BCO}}{S_{AOC}} = \frac{CN}{NA}</math>. بنابراین حاصل <math>\frac{AP}{PB} \times \frac{BM}{MC} \times \frac{CN}{NA} = 1</math> برابر می‌شود با ۱.</p>
۱	<p>۱۰ مساحت قسمت سفید رنگ داخل شکل زیر را به کمک قضیه پیک بدست آورید.</p>  <p><math>b = 47, i = 50, k = 3</math></p> <p><math>S = \frac{b}{4} - 1 + i + k</math></p> <p><math>S = 22,5 - 1 + 50 + 3 = 74,5</math></p>
۱	<p>۱۱ دو صفحه <math>P</math> و <math>Q</math> بر هم عمودند و خط <math>d</math> نیز بر صفحه <math>P</math> عمود است. این خط نسبت به صفحه <math>Q</math>، ..... یا ..... است.</p> <p>موازی یا منطبق</p>

۱۲	<p>اگر یک مخروط را با یک صفحه موازی قاعده اش برش دهیم، یک ..... به دست می آید که اگر <math>R</math> شعاع قاعده، <math>R'</math> شعاع سطح مقطع آن و <math>h</math> فاصله دو قاعده باشد، حجم آن از رابطه ..... بدست می آید.</p> <p><b>مثال</b> یک مخروط را با یک صفحه موازی قاعده اش برش می دهیم تا یک مخروط ناقص به دست آید. اگر <math>V</math> حجم مخروط ناقص، <math>R</math> شعاع قاعده، <math>R'</math> شعاع سطح مقطع و <math>h</math> فاصله دو قاعده باشد، نشان دهید: <math>V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + R'^2 + RR')</math>.</p>						
۱۳	<p>اگر جهت فلش، نمای روبرو را بیان کند، نمای بالا، روبرو و سمت چپ را رسم کنید. (با رسم مرزها و ذکر دقیق نام نواحی)</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <table border="1" data-bbox="590 683 1324 996"> <thead> <tr> <th>نمای چپ</th> <th>نمای روبرو</th> <th>نمای بالا</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> </div>	نمای چپ	نمای روبرو	نمای بالا			
نمای چپ	نمای روبرو	نمای بالا					
							
۱۴	<p>در صورتیکه از نقطه <math>A</math> خارج دو صفحه <math>P</math> و <math>Q</math>، بتوان بی شمار خط به موازات این دو صفحه رسم کرد، وضعیت نقطه <math>A</math> و صفحات <math>P</math> و <math>Q</math> به چه حالت هایی می تواند باشد؟</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <p>اگر <math>P</math> و <math>Q</math> با هم موازی باشند، می توانیم صفحه‌ای از <math>A</math> عبور دهیم که با <math>P</math> و <math>Q</math> موازی باشد (<math>P'</math> در شکل). حالا همه خط‌های درون صفحه <math>P'</math> موازی اند. ولی اگر <math>P</math> و <math>Q</math> موازی نباشند، یعنی متقاطع اند و فقط خطی که از <math>A</math> بگذرد و موازی فصل مشترک <math>P</math> و <math>Q</math> باشد، شرایط مطلوب را دارد.</p> </div>						
۱۵	<p>صفحه <math>P</math>، خط <math>d</math> و نقطه <math>A</math> مفروض اند. می توانیم بیشمار صفحه گذرا بر نقطه <math>A</math> و عمود بر صفحه <math>P</math> بیابیم که با خط <math>d</math> موازی است. در این صورت صفحه ای که بر خط <math>d</math> عمود باشد، الزاماً ..... وقتی بی شمار صفحه عمود بر صفحه <math>P</math> و موازی خط <math>d</math> داریم، یعنی خط <math>d</math> بر صفحه <math>P</math> عمود است. پس صفحه عمود بر خط <math>d</math> با صفحه <math>P</math> موازی می شود.</p>						

خداقت دوست تو بر

