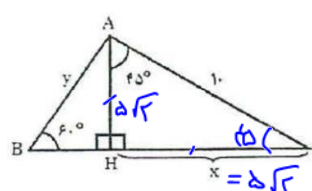


ردیف	سوالات	نمره
1	<p>عبارات درست را با نماد <math>\checkmark</math> و نادرست را با <math>\times</math> مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر مجموعه <math>A</math> نامتناهی و مجموعه <math>B</math> متناهی باشد <math>A \cup B</math> مجموعه ای نامتناهی است. <math>\checkmark</math></p> <p>ب) حاصل <math>\frac{\sqrt{3} \tan 60 - 4 \sin 30}{2\sqrt{2} \cos 45 + \cot 45}</math> برابر با <math>\frac{1}{3}</math> است. <math>\checkmark</math></p> <p>د) دامنه تابع <math>f(x) = x^2 - 1</math> برابر <math>(0, +\infty)</math> و برد آن <math>(0, +\infty)</math> است. <math>\times</math></p> <p>ه) تابعی که برد آن یک عضو دارد را تابع همبانی می نامند. <math>\times</math></p> <p>جملات زیر را با کلمات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) مجموعه روش های شامل جمع آوری اعداد سازماندهی تحلیل و تفسیر و نتیجه گیری می شود را <math>\dots</math> می نامند.</p> <p>ب) اگر کاری در دو مرحله انجام شود که مرحله اول به <math>m</math> روش و مرحله دوم به <math>n</math> روش انجام شود در کل کار مورد نظر با <math>\dots</math> روش قابل انجام است.</p> <p>الف) درستی تساوی زیر را نشان دهید:</p> $\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \tan \alpha \rightarrow \frac{1 + \tan \alpha}{1 + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{1 + \tan \alpha}{\frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan \alpha (1 + \tan \alpha)}{\tan \alpha + 1} = \tan \alpha \checkmark$ <p>ب) در شکل زیر مقدار <math>x</math> و <math>y</math> را بدست آورید.</p>  <p><math>\sin 45 = \frac{x}{1} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{1} \rightarrow x = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}</math></p> <p><math>\sin 60 = \frac{y}{1} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{1} \rightarrow y = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>	1
2	0/5	2
3	1	3
4	0/75	4
5	0/75	5

اعداد  $2p + 3$  و  $3p + 4$  و  $5p - 1$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. قدر نسبت این دنباله را بدست آورید؟

$2b = a + c$

$2(3p + 4) = 5p - 1 + 2p + 3 \rightarrow 4p + 8 = 7p + 2 \rightarrow 4 = 3p \rightarrow p = \frac{4}{3}$

$d = 7$

اگر جمله دوم یک دنباله هندسی 12 و جمله پنجم آن 768 باشد، قدر نسبت و جمله اول این دنباله را بیابید.

$a_n = a_1 q^{n-1}$

$a_2 = 12 \rightarrow a_1 q = 12$

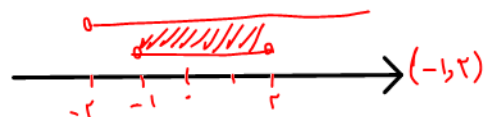
$a_5 = 768 \rightarrow a_1 q^4 = 768$

$\frac{a_5}{a_2} = \frac{768}{12} = 64 \rightarrow \frac{a_1 q^4}{a_1 q} = 64 \rightarrow q^3 = 64 \rightarrow q = 4$

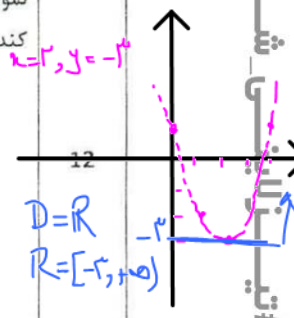
$a_1 q = 12 \rightarrow a_1 = 3$



1/5	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>x^2 - 7x + 10 = 0</math> (مربع کامل کردن)</p> $x^2 - 7x + \frac{49}{4} = -10 + \frac{49}{4} \rightarrow (x - \frac{7}{2})^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x - \frac{7}{2} = \pm \frac{3}{2}$ $\begin{cases} x = \frac{7}{2} + \frac{3}{2} = 5 \\ x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2 \end{cases}$ <p>ب) <math>4x^2 - 13x + 3 = 0</math> (روش کلی <math>\Delta</math>)</p> $\Delta = b^2 - 4ac = 169 - 4(4)(3) = 121, \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{13 \pm 11}{8}$ $\begin{cases} \frac{x}{8} = 3 \\ \frac{x}{8} = \frac{1}{2} \end{cases}$	6																														
0/75	<p>الف) حاصل عبارات را به کمک اتحادها بیابید.</p> $(x-2)(x+2)(x^2+4x^2+16) = (x^2-4)(x^2+4x^2+16) = x^4 - 4^2$ <p>ب) مخرج کسر مقابل را گویا کنید.</p> $\frac{3}{3+\sqrt{7}} \times \frac{3-\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}} = \frac{3(3-\sqrt{7})}{9-7} = \frac{3(3-\sqrt{7})}{2}$	7																														
1	<p>الف) عبارت زیر را تعیین علامت کنید.</p> $p(x) = \frac{x(x-3)^2}{x^2+x-2}$ <p><math>(x+2)(x-1) = 0</math> <math>x = -2, x = 1</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>(x-3)^2</math></td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>x^2+x-2</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>p</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table>		-2	0	1	3		x	-	-	+	+	+	$(x-3)^2$	+	+	+	+	+	$x^2+x-2$	+	0	-	0	+	p	-	+	+	-	+	8
	-2	0	1	3																												
x	-	-	+	+	+																											
$(x-3)^2$	+	+	+	+	+																											
$x^2+x-2$	+	0	-	0	+																											
p	-	+	+	-	+																											
1.5	<p>الف) مجموعه جواب نامعادله زیر را به شکل بازه بنویسید.</p> $\left  \frac{x-1}{2} - 1 \right  \geq 3 \rightarrow \frac{x-1}{2} - 1 \geq 3 \rightarrow \frac{x-1}{2} \geq 4 \rightarrow x-1 \geq 8 \rightarrow x \geq 9$ $\frac{x-1}{2} - 1 \leq -3 \rightarrow \frac{x-1}{2} \leq -2 \rightarrow x-1 \leq -4 \rightarrow x \leq -3$ <p>ب) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{5x}{x-1} = \frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{5x}{x-1} = \frac{3\sqrt{x}-1-5x}{x-1}$	9																														
1	<p>به ازای چه مقادیری از <math>m</math>، سهمی <math>y = (m+2)x^2 - 2mx + 1</math> همواره بالای محور <math>x</math> هاست؟</p> <p>همواره <math>\Delta &lt; 0</math> <math>\rightarrow m+2 &gt; 0 \rightarrow m &gt; -2</math>  <math>\Delta &lt; 0 \rightarrow 4m^2 - 4(m+2) &lt; 0 \rightarrow 4m^2 - 4m - 8 &lt; 0</math>  <math>m^2 - m - 2 = 0</math>  <math>m = -1, 2</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>m^2 - m - 2</math></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table>		-1	2	$m^2 - m - 2$	+	-		-	+	10																					
	-1	2																														
$m^2 - m - 2$	+	-																														
	-	+																														



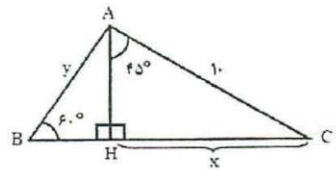


0/75	<p>رابطه <math>R = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}</math> به ازای کدام مقدار <math>m</math> تابع است؟</p> <p><math>m^2 = m+2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0</math>  <math>(m-2)(m+1) = 0</math>  <math>m=2</math>    <math>m=-1</math></p> <p><math>x \cdot m = 2 \rightarrow (3, 4), (2, 1), (-2, 2), (3, 3), (2, 4)</math>  <math>\sqrt{m} = -1 \rightarrow (2, 1), (2, 0), (-2, -1), (3, 3), (2, 4)</math></p>	11
1/5	<p>نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط <math>(1, -2)</math> و <math>(2, -3)</math> می گذرد و محور <math>y</math> ها را در نقطه ای به عرض 1 قطع می کند. نمایش جبری تابع و دامنه و برد آن را بیابید و آن را رسم کنید.</p> <p><math>y = ax^2 + bx + c</math></p> <p><math>(0, 1) \rightarrow 0 + 0 + c = 1 \rightarrow c = 1</math></p> <p><math>(1, -2) \rightarrow a + b + 1 = -2 \rightarrow a + b = -3</math></p> <p><math>(2, -3) \rightarrow 4a + 2b + 1 = -3 \rightarrow 4a + 2b = -4</math></p> <p><math display="block">\begin{cases} a + b = -3 \\ 4a + 2b = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2a - 2b = 6 \\ 4a + 2b = -4 \end{cases}</math></p> <p><math>2a = 2 \rightarrow a = 1</math>  <math>b = -4</math></p> <p><math>f(x) = x^2 - 4x + 1</math></p> <p><math>x=2, y=-3</math></p> <p><math>D=R</math>  <math>R = [-2, +\infty)</math></p> 	
0/75	<p>نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = \begin{cases} ax - 3, &amp; x &lt; 0 \\ 2bx^2 + 7, &amp; x \geq 0 \end{cases}</math> از نقطه <math>(-1, 3)</math> عبور می کند. اگر <math>f(2) = 5</math> باشد، مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را بیابید؟</p> <p><math>a(-1) - 3 = 3 \rightarrow -a = 6 \rightarrow a = -6</math></p> <p><math>2b(2)^2 + 7 = 5 \rightarrow 8b = -2 \rightarrow b = -\frac{1}{4}</math></p>	13
0/75	<p>با ارقام 0 و 2 و 3 و 7</p> <p>الف) چند عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟</p> <p>ب) چند عدد سه رقمی فرد می توان نوشت؟</p> <p><math>\frac{3}{2} \frac{2}{2} \frac{1}{2} = 4 \Rightarrow 10</math></p> <p><math>\frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{1}{2} = 4 \Rightarrow 10</math></p>	14
0/75	<p>با حروف کلمه ((جهانگردی)) و بدون تکرار حروف:</p> <p>الف) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که حروف کلمه ((جهان)) کنار هم باشند.</p> <p>ب) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که با حروف نقطه دار شروع شوند؟</p> <p><math>\frac{1}{2} \frac{2}{2} \frac{3}{2} \frac{4}{2} \frac{5}{2} \frac{6}{2} \frac{7}{2} \frac{8}{2} = 7! \times 3</math></p>	15
0/75	<p>در تساوی های زیر مقدار <math>n</math> را بیابید.</p> <p><math>\frac{(n-1)!}{2 \cdot 4} = 120</math></p> <p><math>(n-1)! = 240 \rightarrow (n-1)! = 4! \rightarrow n-1 = 4 \rightarrow n = 5</math></p> <p><math>\frac{n!}{(n-2)!} = 54 \rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 54</math></p> <p><math>n^2 - n - 54 = 0 \rightarrow (n-1)(n+5) = 0</math>  <math>n = 1</math>    <math>n = -5</math></p>	16



1	<p>از میان 8 ریاضی دان و 6 فیزیک دان و 5 شیمی دان قرار است کمیته ای علمی انتخاب شود. به چند طریق این کمیته می تواند انتخاب شود هرگاه:</p> <p>الف) کمیته 6 نفره باشد و از هر رشته 2 نفر در آن عضو باشند.</p> <p>ب) کمیته 2 نفره باشد و یک ریاضی دان حتما در آن باشد.</p>	17
1	<p>سکه ای را پرتاب میکنیم. اگر پشت بیاید یک تاس می اندازیم و اگر رو بیاید 2 سکه دیگر را می اندازیم.</p> <p>الف) فضای نمونه این آزمایش را بنویسید.</p> <p>ب) پیشامد آن که تاس زوج بیاید را مشخص کنید.</p> <p>ج) احتمال آن که حداقل 2 سکه رو بیاید کدام است؟</p>	18
1	<p>در جعبه ای 4 مهره قرمز و 5 مهره آبی وجود دارد. از این جعبه سه مهره به تصادف خارج می کنیم چقدر احتمال دارد:</p> <p>الف) هر 3 مهره هم رنگ باشند.</p> <p>ب) دقیقا 2 مهره هم رنگ باشند.</p>	19
1	<p>نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تعداد تصادفات رانندگی</p> <p>ب) گروه خونی افراد</p> <p>ج) مراحل تحصیلی یک محصل</p> <p>د) میزان آلودگی هوا</p> <p>گزینه صحیح را انتخاب نمایید.</p>	20
1	<p>A. در تابع با ضابطه <math>f(x) = x^2 - 2x + 3</math> حاصل <math>f(1 + \sqrt{2}) - f(2)</math> کدام است؟</p> <p>B. در تابع همانی <math>f = \{(5, b^2 + 4), (b, a - 1), (2, 2b)\}</math> مقدار <math>a + b</math> کدام است؟</p>	21



ردیف	سوالات	نمره
1	<p>عبارات درست را با نماد <math>\checkmark</math> و نادرست را با <math>\times</math> مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر مجموعه <math>A</math> نامتناهی و مجموعه <math>B</math> متناهی باشد <math>A \cup B</math> مجموعه ای نامتناهی است.</p> <p>ب) حاصل <math>\frac{\sqrt{3} \tan 60 - 4 \sin 30}{2\sqrt{2} \cos 45 + \cot 45}</math> برابر با <math>\frac{1}{3}</math> است.</p> <p>د) دامنه تابع <math>f(x) = x^2 - 1</math> برابر <math>(0, +\infty)</math> و برد آن <math>(0, +\infty)</math> است.</p> <p>ه) تابعی که برد آن یک عضو دارد را تابع همانی می نامند.</p>	1
2	<p>جملات زیر را با کلمات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) مجموعه روش های شامل جمع آوری اعداد سازماندهی تحلیل و تفسیر و نتیجه گیری می شود را ..... می نامند.</p> <p>ب) اگر کاری در دو مرحله انجام شود که مرحله اول به <math>m</math> روش و مرحله دوم به <math>n</math> روش انجام شود در کل کار مورد نظر با ..... روش قابل انجام است.</p> <p>الف) درستی تساوی زیر را نشان دهید:</p> $\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \tan \alpha$ <p>ب) در شکل زیر مقدار <math>x</math> و <math>\alpha</math> را به دست آورید.</p>	0/5
3		1
4	<p>اعداد <math>2p + 3</math> و <math>3p + 4</math> و <math>5p - 1</math> سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. قدر نسبت این دنباله را بدست آورید؟</p>	0/75
5	<p>اگر جمله دوم یک دنباله هندسی 12 و جمله پنجم آن 768 باشد، قدر نسبت و جمله اول این دنباله را بیابید.</p>	0/75



1/5	معادلات زیر را حل کنید. (الف) $x^2 - 7x + 10 = 0$ (مربع کامل کردن) (ب) $4x^2 - 13x + 3 = 0$ (روش کلی $\Delta$ )	6
0/75	(الف) حاصل عبارات را به کمک اتحادها بیابید. $(x-2)(x+2)(x^4 + 4x^2 + 16)$ (ب) مخرج کسر مقابل را گویا کنید. $\frac{3}{3 + \sqrt{7}}$	7
1	(الف) عبارت زیر را تعیین علامت کنید. $p(x) = \frac{x(x-3)^2}{x^2 + x - 2}$	8
1.5	(الف) مجموعه جواب نامعادله زیر را به شکل بازه بنویسید. $\left  \frac{x-1}{2} - 1 \right  \geq 3$ (ب) حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{5x}{x-1}$	9
1	به ازای چه مقادیری از $m$ ، سهمی $y = (m+2)x^2 - 2mx + 1$ همواره بالای محور $x$ هاست؟	10



0/75	رابطه $R = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m + 2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار $m$ تابع است؟	11
1/5	نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(1, -2)$ و $(2, -3)$ می گذرد و محور $y$ ها را در نقطه ای به عرض 1 قطع می کند. نمایش جبری تابع و دامنه و برد آن را بیابید و آن را رسم کنید.	12
0/75	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax - 3, & x < 0 \\ 2bx^2 + 7, & x \geq 0 \end{cases}$ از نقطه $(-1, 3)$ عبور می کند. اگر $f(2) = 5$ باشد، مقادیر $a$ و $b$ را بیابید؟	13
0/75	با ارقام 0 و 2 و 3 و 7 الف) چند عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟ ب) چند عدد سه رقمی فرد می توان نوشت؟	14
0/75	با حروف کلمه ((جهانگردی)) و بدون تکرار حروف: الف) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که حروف کلمه ((جهان)) کنار هم باشند. ب) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که با حروف نقطه دار شروع شوند؟	15
0/75	در تساوی های زیر مقدار $n$ را بیابید. $\frac{(n-1)!}{3!} = 120$	16



عنوان دوره: ریاضی شب امتحانی

پایه: دهم شماره جلسه:

مدرس دوره: استاد میثم بهرامی

1	از میان 8 ریاضی دان و 6 فیزیک دان و 5 شیمی دان قرار است کمیته ای علمی انتخاب شود. به چند طریق این کمیته می تواند انتخاب شود هرگاه: الف) کمیته 6 نفره باشد و از هر رشته 2 نفر در آن عضو باشند. ب) کمیته 2 نفره باشد و یک ریاضی دان حتما در آن باشد.	17
1	سکه ای را پرتاب میکنیم. اگر پشت بیاید یک تاس می اندازیم و اگر رو بیاید 2 سکه دیگر را می اندازیم. الف) فضای نمونه این آزمایش را بنویسید. ب) پیشامد آن که تاس زوج بیاید را مشخص کنید. ج) احتمال آن که حداقل 2 سکه رو بیاید کدام است؟	18
1	در جعبه ای 4 مهره قرمز و 5 مهره آبی وجود دارد. از این جعبه سه مهره به تصادف خارج می کنیم چقدر احتمال دارد: الف) هر 3 مهره هم رنگ باشند. ب) دقیقا 2 مهره هم رنگ باشند.	19
1	نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید. الف) تعداد تصادفات رانندگی ب) گروه خونی افراد ج) مراحل تحصیلی یک محصل د) میزان آلودگی هوا	20
1	گزینه صحیح را انتخاب نمایید. A. در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 3$ حاصل $f(1 + \sqrt{2}) - f(2)$ کدام است؟ الف) 1      ب) 2      ج) 3      د) 4 B. در تابع همانی $f = \{(5, b^2 + 4), (b, a - 1), (2, 2b)\}$ مقدار $a + b$ کدام است؟ الف) 1      ب) 2      ج) 3      د) 5	21